



Universidad Nacional de Santiago del Estero

Programa: Ingreso Universitario -
Modalidad mayores de 25 años sin
titulo secundario

$$y = mx + b$$

MÓDULO DE MATEMÁTICA

DOCENTES

Prof. Matías E. Chavez.



AÑO - 2026

TITULO: PROGRAMA DE ADULTOS MAYORES DE 25 AÑOS

AUTOR: Prof. Chavez Matías Ezequiel.

AÑO: 2026

INTRODUCCIÓN

Desde los primeros grupos humanos que contaban piedras o marcas en la tierra para recordar cuántos animales tenían, hasta las grandes civilizaciones que levantaron pirámides y calcularon el movimiento de los astros, los números han sido una herramienta esencial para nuestra supervivencia y progreso.

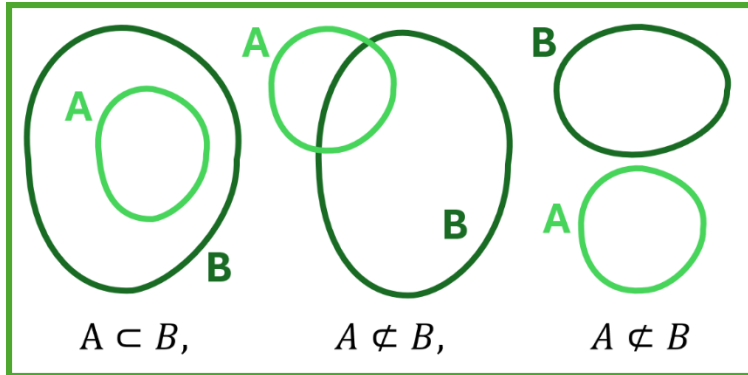
Contar no es solo sumar objetos: es organizar el mundo, entenderlo y tomar decisiones. Gracias a los números podemos medir distancias, prever cosechas, construir ciudades, diseñar máquinas y hasta explorar el universo. Cada avance de la humanidad, desde lo más simple hasta lo más complejo, se apoya en la capacidad de contar, calcular y razonar.

Hoy, en nuestra vida diaria, los números siguen siendo protagonistas: nos ayudan a administrar el dinero, planificar el tiempo, interpretar datos y resolver problemas. Aprender a manejarlos con confianza no es únicamente un ejercicio académico, sino una forma de adquirir poder para enfrentar los desafíos de la vida.

- Imaginemos a los seres humanos que habitan el mundo, seguro son muchísimos, supongamos que queremos categorizarlos según el continente en que hayan nacido. Es decir, queremos separar un número grande de personas en grupos teniendo en cuenta los 5 continentes.
- Pensemos ahora en los nueve dígitos que forman nuestro sistema de numeración y que son los símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y que queremos separarlos según sean menores a cinco o mayores a cinco.
- O si queremos distinguir los bienes de nuestra casa y diferenciarlos según sean alimentos, artefactos eléctricos, hilados o utensilios de cocina.

Cada categoría nos ayuda a pensar una idea intuitiva de **CONJUNTO**.

- b. Si un conjunto A comparte los mismos elementos que otro conjunto B pero este ultimo contiene a más elementos, entonces se dice que $A \subset B$, pero, Si A no comparte sus elementos con B entonces se dice que $A \not\subset B$.



CHARLEMOS JUNTOS.

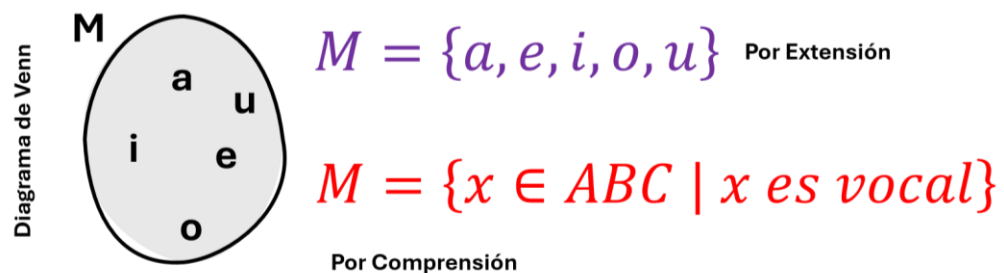
¿Qué sucede en cada caso con los conjuntos A y B?

¿En qué casos A y B comparten elementos y en cuáles no?

¡Anote lo charlado!

- Los conjuntos tienen tres modos de representarse:

- Diagrama de Venn**, donde cada conjunto se representa por un óvalo y dentro del él se ubican visualmente todos sus elementos, por fuera de él se encuentran todos los elementos que no son parte.
- Expresión por Extensión**, donde se nombra al conjunto y se lo iguala a un conjunto de llaves $\{ \}$ que contienen dentro, y separado por comas, todos los elementos que son parte.
- Expresión por Comprensión**. Donde no se muestran los elementos del conjunto, sino que se indica entre llaves **primero la forma** de los elementos y luego, separado por una barra / **la propiedad o propiedades** que comparten.



Actividad 2:

Expresa los conjuntos de cada situación planteada al inicio de la clase por Diagrama de Venn, Extensión y por Comprensión.

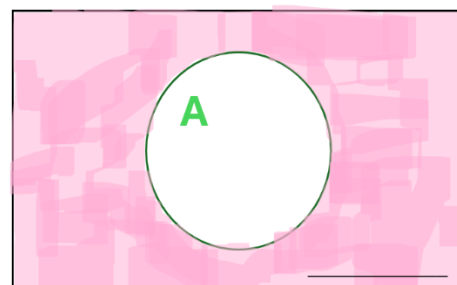
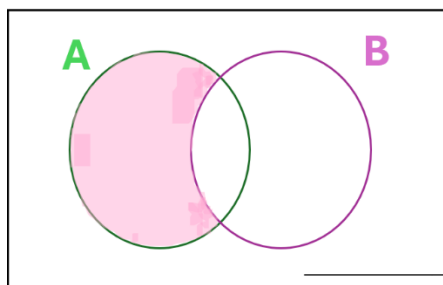
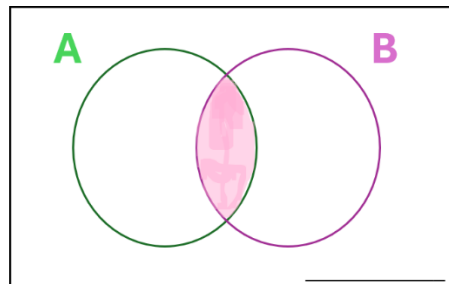
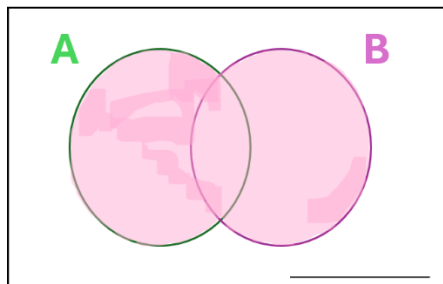
OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS.

Entre conjuntos es posible realizar diferentes operaciones matemáticas que veremos a continuación. Aprendemos a realizarlas de forma gráfica y entender su definición.

Sean A y B dos conjuntos.

- **Unión** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ En palabras: la unión forma un conjunto que contiene **todos los elementos** de A y de B .
- **Intersección** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$ En palabras: la intersección forma un conjunto que contiene **todos los elementos en común** entre A y B .
- **Diferencia** $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ En palabras: la resta forma un conjunto que contiene **todos los elementos** de A pero **que no están** en B .
- **Complemento** $A^c = \{x \mid x \notin A\}$ En palabras: el complemento de un conjunto A contiene todos los **elementos que no están** en A .

Actividad 3: en parejas, releen las definiciones de cada operación e indica qué operación se considera con la parte pintada en cada representación.



GUÍA DE ACTIVIDADES N°1.

Problema 0. Utilice diagramas de Venn para determinar el espacio que debería sombreadse para poder representar las operaciones que se indican.

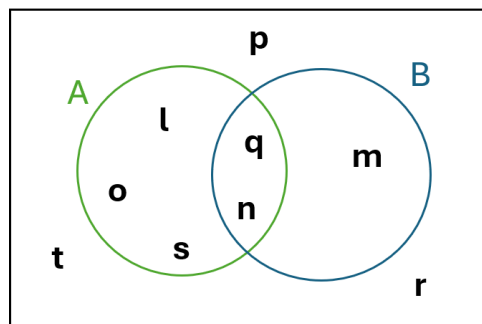
$$A \cup B^c; B - U; (A \cup B)^c; (A \cup B) - (A \cap B); (A \cap B)^c; A^c \cup B^c$$

$$A \cup B \cup C; A - (B \cup C); A \cap B \cap C; (B \cap C) - (A \cap B \cap C); (A \cup B)^c; B^c \cup C^c$$

Problema 1. Cada uno de estos conjuntos están definidos por comprensión o extensión, necesitamos escribirlos por su forma equivalente ¿Cómo quedarían?

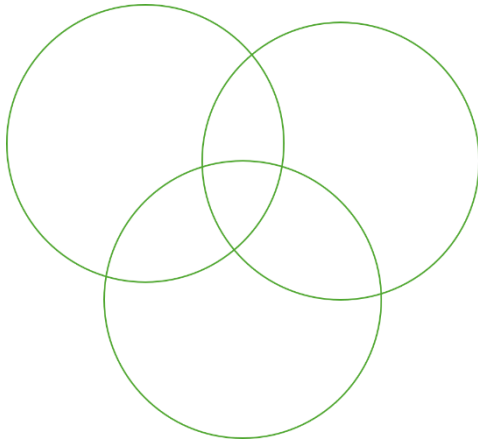
- | | |
|---|--|
| a. $A = \{x x \text{ es día de semana}\}$ | e. $F = \{\text{verano, invierno, primavera, otoño}\}$ |
| b. $B = \{x x \text{ es dígito mayor que } 6\}$ | f. $G = \{a, l, o, r, v\}$ |
| c. $C = \{x x \text{ es un objeto redondo}\}$ | g. $H = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ |
| d. $D = \{x x \text{ es un color primario}\}$ | h. $E = \{\text{naranja, limón, mandarina, pomelo,}\}$ |

Problema 2. Dada la siguiente representación de conjuntos, se desea obtener los distintos conjuntos estudiados. Realícelo expresando los resultados por extensión.



$$A \cup B; B \cap A; A - B; B - A, \\ A^c, B^c, (A \cup B)^c, U$$

Problema 3. Una empresa de construcción analiza algunos requisitos que más se solicitan por sus clientes CONSTRUIR BARATO, CONSTRUIR BIEN (LENTO), CONSTRUIR RAPIDO. Además, detectaron posibles resultados en base a sus combinaciones:



- a. obra demorada, crónica y desgastante.
- b. obra emergente, sin calidad.
- c. obra imposible.
- d. obra ideal, alcanzable con estricto control.

Nombre cada conjunto y analice qué representan simbólicamente cada una de las intersecciones posibles, además indique qué tipo de obra se obtiene con ellas.

Problema 4. En un Maxikiosco se analizó el consumo de vecinos con respecto a tres marcas de alfajores un lunes y recopilaron en una tabla lo ocurrido.

FANTOCHE	GUAYMALLEN	RASTA
Lucas, Vanina, Daniel, Guadalupe, Rosa, Oscar, Damian, Felipe, Julia, Alberto.	Lucas, Sofia, Julia, Damian, Simón, Rebecca, Arturo, Soledad, Vanina, Celia.	Lucas, Daniel, Julia, Damian, Soledad, María, Pedro, Jonás, Alberto, Mariana.

Analizar la tabla, y expresar la situación en un Diagrama de Venn, luego responder las preguntas:

- a. ¿Quiénes consumieron las tres marcas de alfajores? ¿Quiénes consumieron Fantoche y Rasta el lunes? ¿Quiénes consumieron Fantoche y Guaymallen?
- b. ¿Quiénes consumieron Guaymallen solamente? ¿Quiénes consumieron Rasta solamente? ¿Quiénes consumieron Fantoche y Guaymallen solamente?
- c. ¿Quiénes consumieron rasta y Fantoche, pero no Guaymallen? ¿Quiénes consumieron Guaymallen y Rasta, pero no fantoche?
- d. ¿Cuántas personas compraron al menos uno de estos alfajores el lunes?
- e. ¿Qué marca generó más ventas? ¿Qué marca generó menos venta?
- f. Si cada alfajor sale 1200, 950 y 1500 pesos respectivamente ¿Qué ganancia generaron en total?
- g. El Maxikiosco ¿Debería dejar de pedir alguna de estas marcas? Justificar.

Problema 5. Supongamos que tenemos tres conjuntos A, B, D tales que cumplen que $A \subset B$ y $A \cap D \neq \emptyset$. Representar como diagrama de Venn la situación y simplificar la operación $[(A \cap D^c) \cap B^c] \cup [B \cup (A - D)]$.

Problema 6. En una peña criolla trabajan 32 artistas. De estos, 16 bailan, 25 cantan y 12 cantan y bailan a la vez. ¿Cuántos de ellos solo cantan? ¿Cuántos solo bailan? ¿Cuántos artistas no cantan ni bailan? ¿Cuántos artistas no cantan? ¿Cuántos artistas no bailan? ¿Cuántos artistas cantan o bailan, pero no lo hacen a la vez?

Problema 7. Dados los conjuntos $A = \{1,3,5,7,9,11,13\}$, $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ y $C = \{2,4,6,8,11,14,15\}$, determine los resultados de las siguientes operaciones:

$$A \cup B; B \cup C; A \cap B; C - A; B - (A \cup B); A \cap B \cap C; A \cup B \cup C; B - A; C - C$$

CONJUNTO DE NÚMEROS Y OPERACIONES ARITMÉTICAS.

En matemática, una gran parte de su conocimiento se basa en realizar cuentas, para ello hemos construido diversos tipos de conjuntos de números.

CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES

Es aquel conjunto infinito que tiene como primer elemento al número 1 y luego le siguen de forma ordenada todos los números que se obtienen al ir sumando una unidad (no tiene último elemento).

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

La suma y producto de números naturales siempre da otro número natural, la resta devolverá un número natural solo si el minuendo es mayor que el sustraendo y la división solo sucederá cuando el dividendo sea múltiplo del divisor.

Actividad 4: Resuelve las siguientes operaciones en los números naturales.

$$1235 + 4987 =$$

$$2854 - 123 - 978 =$$

$$2356 \times 24 =$$

$$234 + 1358 + 23519 =$$

$$3456 \times 7 =$$

$$728 : 8 =$$

$$4567 - 1269 =$$

$$234 \times 12 =$$

$$3705 : 15 =$$

$$5148 : 11 =$$

$$3705 \times 10 =$$

$$234 \times 100$$

Nota: al multiplicar un número N por el factor 10, 100, 1000, etc. La forma más fácil de encontrar el resultado es agregar a N la cantidad de ceros correspondientes a dicho factor.

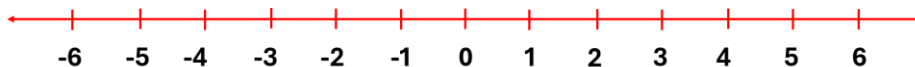
CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

Es aquel conjunto infinito que no tiene primer ni último elemento y contiene a los números naturales, al 0 y a los números **negativos**.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \{\dots, -4, -3, -2, -1\} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

La suma (o resta) y el producto de números enteros siempre da otro número entero y la división dará resultado entero cuando el dividendo sea múltiplo del divisor.

Recta numérica: Para construir la recta numérica de los números enteros comenzamos dibujando una línea recta horizontal, que imaginamos infinita hacia ambos lados. En el centro de esa línea marcamos el número cero, que será nuestro punto de referencia. A partir del cero, colocamos los números positivos hacia la derecha: 1, 2, 3, 4... cada uno separado a la misma distancia, como si fueran escalones que avanzan. Del mismo modo, hacia la izquierda del cero colocamos los números negativos: -1, -2, -3, -4..., también separados por una misma distancia.



¿Cómo decidimos qué número es más grande que otro?

La regla es muy sencilla, Cuanto más a la **derecha** esté un número en la recta, **más grande** es. Cuanto más a la **izquierda** esté, **más pequeño** es.

Actividad 5: Construye una recta numérica en tu carpeta y ubica los números $-6, 4, -2, 0, 3, 7, -8$ luego ordénalos en una lista de menor a mayor.

Reglas para la suma (o resta) y para el producto (o división).

REGLA DE SIGNOS PARA SUMA	REGLA DE SIGNOS PARA PRODUCTO
Si los signos son iguales, se suman los valores y se conserva el signo para el resultado final. $+5 + 9 = +14$ $-5 - 9 = -14$	Para multiplicar o dividir números enteros, realizamos el producto o la división de forma normal, sin embargo, el signo final se decide usando la siguiente convención. $(-) \cdot (-) = (+) \cdot (+) = (+)$ $(+ \cdot (-) = (-) \cdot (+) = (-)$
Si los signos son distintos, se restan los valores y se conserva el signo para el resultado final. $+9 - 5 = +4$ $-9 + 5 = -4$	Ejemplos: $(+9) \cdot (-5) = (-45)$; $(-9) \cdot (-5) = +45$

Actividad 6: Resuelve las siguientes operaciones en los números enteros.

$$-23 + 12 =$$

$$-3 \times (+7) =$$

$$-81 : (-3) =$$

$$+45 - 98 =$$

$$+23 \times (-2) =$$

$$+125 : (-5) =$$

$$+16 - 16 =$$

$$-9 \times (-8) =$$

$$+10 : (+10) =$$

$$-17 - 34 =$$

$$+35 \times (+8) =$$

$$-0 : (-8) =$$

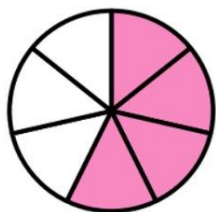
CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES.

Pensemos al conjunto de números racionales $\mathbb{Q}$ como aquel donde es posible expresar cocientes entre dos números enteros, pero considerando una restricción importante **¡El divisor no debe valer 0!**

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ y } b \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\} \text{ llamamos } a \text{ numerador y } b \text{ denominador.}$$

Una fracción se puede entender de tres formas distintas y que son importantes manejarlas dependiendo de la situación.

LA PARTE DE UN TODO. Una fracción representa una porción dentro de un total, es decir, imaginemos que tenemos una unidad cualquiera (una pizza, una barra de chocolate, una caja de frutas, etc.) separada en determinadas partes o unidades y que de ella tomamos una porción o ciertas partes.



$$\frac{4}{8}$$

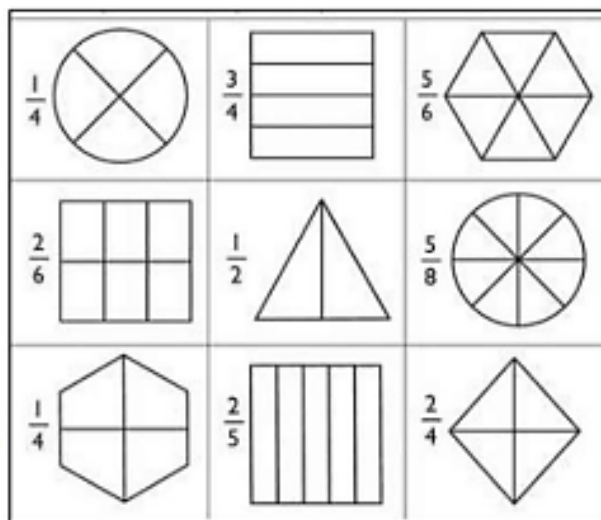
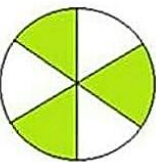
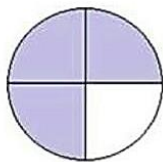
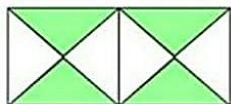
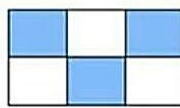
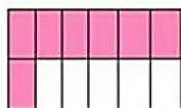
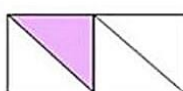
De 8 partes
tomamos solo 4.



$$\frac{1}{10}$$

De 10 partes
tomamos solo 1.

Actividad 7: Complete con la fracción que representa cada porción o pinte la parte que se quiere tomar.



UNA DIVISIÓN. Una fracción también representa una división cuyo resultado puede ser un número entero o un número decimal. Por ejemplo, si queremos expresar la división entre 35 y 12, sería normalmente simbolizado como $35:12$, pero ahora es posible simbolizarlo mediante la fracción $\frac{35}{12}$.

ACTIVIDAD 8: Expresar la fracción que puede representar cada situación.

- Se quiere dividir 100 empanadas entre 20 personas.
- Un chocolate se quiere repartir entre 3 personas.
- Se quiere expresar que cada 10 personas, solo 8 tienen algún lunar en la cara.
- Se quiere dividir 40 caballos en 6 establos.
- Una torta de 120 kilogramos debe separarse en porciones mas pequeñas de 25 kilogramos.

UN NÚMERO DECIMAL.

¿Qué es un número decimal?

Es una expresión formada por una **parte entera** y una **parte decimal**, la parte decimal se separa mediante una coma (,).



La expresión decimal de una fracción puede obtenerse al realizar la división entre el numerador y el denominador. Pero este proceso exige aprender ciertas reglas importantísimas.

Situación	Regla aplicada	Ejemplo paso a paso	Resultado
Dividendo mayor y múltiplo	No se agregan ceros ni coma	$84 \div 7 = 12$	Cociente entero
Dividendo mayor pero no múltiplo	Se agrega coma y ceros al dividendo	$25 \div 4$: 24 sobra 1 $\rightarrow$ bajo 0 $\rightarrow 10 \div 4 = 2$, sobra 2 $\rightarrow$ bajo 0 $\rightarrow 20 \div 4 = 5$	6,25
Dividendo menor que el divisor	Se coloca coma y un 0 en el cociente, luego se bajan ceros	$3 \div 8$: 0, bajo 0 $\rightarrow 30 \div 8 = 3$, sobra 6 $\rightarrow$ bajo 0 $\rightarrow 60 \div 8 = 7$, sobra 4	0,375
Necesidad de ceros en el cociente	Se agregan ceros en el cociente porque el número sigue siendo menor que el divisor	$10 \div 400$: 0, bajo 0 $\rightarrow 100 < 400 \rightarrow$ agrego 0 en cociente $\rightarrow$ bajo otro 0 $\rightarrow 1000 \div 400 = 2$	0,025

Actividad 9: Dadas las siguientes fracciones, determinar su número decimal.

$$\frac{12}{5}, \frac{17}{9}, \frac{15}{2}, \frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{1}{11}, \frac{2}{50}, \frac{201}{1000}, \frac{24}{10}, \frac{134}{100}, \frac{4567}{10.000}$$

Nota: Al dividir un numero entero N entre el divisor 10, 100, 1000, etc. La forma mas sencilla es mover la coma del numero N hacia la izquierda tantas veces como ceros contenga el divisor.

Números decimales que pueden expresarse como fracción.

Vamos a analizar qué sucede al querer determinar la expresión decimal de las siguientes fracciones $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{7}{12}$.

Decimal Exacto. Es aquel en el que el resto de realizar la división del numerador entre el denominador es 0. Los decimales exactos tienen una cantidad fija de cifras después de la coma.

Ejemplos: 1,2 – 3,02 – 0,192 – 21,4 – 1,4567

Decimal Periódico Puro. Es aquel en el que el resto nunca es 0 y, además, luego de la coma que se agrega al cociente de la división, siempre aparece el mismo valor o una cantidad fija de números se repiten sin cesar.

Ejemplos: 0,3333 ... – 1,34343434 ... – 12,052051 ... – 1,4444 ...

Decimal Periódico Mixto. Es aquel en el que el resto nunca es 0 y además, luego de la coma que se agrega al cociente de la división, aparecen primero números que no se repiten, seguidos de otros que siempre se repetirán.

Ejemplos: 0,2333 ... – 1,24555 ... – 52,01343434 ... – 3,42131313 ...

Tipo de decimal	Regla de conversión	Ejemplo paso a paso
 Decimal exacto	Se escribe el número sin la coma como numerador y como denominador una potencia de 10 según la cantidad de cifras decimales.	$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$
 Decimal periódico puro	Se coloca el número sin la coma como numerador, se resta la parte entera, y el denominador son tantos 9 como cifras periódicas.	$0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
 Decimal periódico mixto	Se separa la parte no periódica y la periódica. Se resta el número sin coma hasta la parte no periódica, y el denominador lleva tantos 9 como cifras periódicas y tantos 0 como cifras no periódicas.	$0,1\overline{6} = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$

Actividad 10: Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones y luego clasifícalas en Exactas, Periódicas Puras o Mixtas.

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{20}{5}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{4}{3}$ f) $\frac{8}{10}$ g) $\frac{4}{25}$ h) $\frac{3}{8}$ i) $\frac{3}{5}$ j) $\frac{17}{3}$
k) $-\frac{35}{10}$ l) $-\frac{6}{5}$ m) $\frac{35}{18}$ n) $\frac{8}{11}$ ñ) $-\frac{55}{6}$ o) $\frac{3}{15}$ p) $\frac{145}{125}$ q) $\frac{2}{10}$
r) $\frac{64}{4}$ s) $\frac{45}{33}$ t) $\frac{2}{11}$ u) $\frac{4}{20}$ v) $\frac{2}{3}$ w) $\frac{1}{36}$ x) $\frac{25}{5}$ y) $\frac{400}{20}$ z) $-\frac{18}{9}$

Actividad 11. Determina la fracción que representa cada uno de los siguientes números decimales.

- a) 1,8 b) 1,33... c) - 0,833... d) 0,25 e) 1,66... f) 0,3636... g) 1,211... h) 1,22...
i) - 2,409 j) 23,9... k) 0,75 l) 1,9... m) 0,5 n) - 2,1414... ñ) 0,466... o) 2,455...
p) 2,4545... q) 0,00833... r) 0,001 s) 3,5 t) - 4,0303... u) 1,8... v) - 9,9494...

SIMPLIFICACIÓN Y AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

En el conjunto de las fracciones sucede algo muy importante, para que lo veas por tu propia cuenta quiero que determines el número decimal para cada una de las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{5}{10} \dots$$

Una vez que hallamos compartido la información de nuestros resultados completemos juntos la siguiente propiedad:

*“Toda fracción puede expresarse de _____ (**forma única, dos maneras, infinitas formas fraccionarias**), esta/s forma/s se obtienen al _____ (**dividir, multiplicar, restar**) numerador y denominador por _____ (**un mismo número, el número uno**)”*

Luego toda fracción de este tipo recibe el nombre de **fracciones equivalentes**.

Para que podamos **simplificar fracciones** (dividir numerador y denominador por un mismo número) o **amplificar fracciones** (multiplicar numerador y denominador por un mismo número) primero debemos familiarizarnos con algunos conceptos básicos.

Múltiplo de un número: se dice que un número b es múltiplo de otro a si es posible expresar b como el producto de a junto con cualquier otro número.

$$b \text{ es múltiplo de } a \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} / b = k \cdot a$$

Ejemplos.

- Los múltiplos de 2 son: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ..., 22, 24, ..., 66, 68, 70, ..., 100,
- Los múltiplos de 3 son: 0, 3, 6, 9, ..., 18, 21, ..., 33, 36, 39, ..., 126, ..., 300, ...

Divisor de un número: se dice que un número a es divisor de otro b si el resto de la división de b/a tiene resto 0.

$$a \text{ es divisor de } b \Leftrightarrow \text{resto}(b/a) = 0$$

Ejemplos.

- Los divisores de 10 son: 1, 2, 5, 10
- Los divisores de 15 son: 1, 3, 5, 15.

Observarás que los múltiplos de un numero entero son infinitos mientras que los divisores de un numero entero son finitos.

Mínimo común múltiplo (mcm): se dice que un numero c es **mcm** de dos números a y b , que se simboliza $mcm(a, b) = c$, sí y solo si c es el *menor de todos los múltiplos comunes* entre a y b .

Ejemplo. Sean $a = 4$ y $b = 3$

Múltiplos de 4: 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, ...

Múltiplos de 3: 3, 6, 9, **12**, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, **36**, ...

Observamos que los múltiplos comunes son 12, 24, 36, ... de todos ellos el menor de todos es 12 por lo tanto $mcm(3,4) = 12$.

Actividad 12: Determine el **mcm** entre los pares de números dados.

$$mcm(5,10) \quad mcm(3,12) \quad mcm(6,15) \quad mcm(8,12) \quad mcm(7,9)$$

$$mcm(2,5,3) \quad mcm(3,6,9) \quad mcm(4,5,10)$$

Máximo común divisor (mcd): se dice que un número c es **mcd** de dos números a y b , que se simboliza $mcd(a,b) = c$, sí y solo si c es el *mayor de todos los divisores comunes* entre a y b .

Ejemplo. Sean $a = 12$ y $b = 15$

Divisores de 12: 1, 2, 3, 6, 12

Múltiplos de 15: 1, 3, 5, 15

Observamos que los divisores comunes son 1 y 3 de ellos el mayor es 3 por lo tanto $mcd(12,15) = 3$.

Actividad 12: Determine el **mcd** entre los pares de números dados.

$$mcd(12,18) \quad mcd(16,24) \quad mcd(20,30) \quad mcd(8,6)$$

$$mcd(12,18,24) \quad mcd(20,30,50) \quad mcd(27,36,45)$$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Dada una fracción $\frac{a}{b}$, se dice que la misma es **irreducible** cuando $mcd(a,b) = 1$, cuando no es irreducible, es posible dividir numerador y denominador por el $mcd(a,b)$ o utilizar sucesivamente divisores comunes hasta obtener una fracción irreducible.

Ejemplo. Queremos simplificar la fracción $\frac{20}{30}$ donde $mcd(20,30) = 10$ lo que nos dice que la fracción no es irreducible.

Forma 1: Dividimos numerador y denominador por el mcd $\frac{20:10}{30:10} = \frac{2}{3}$ donde $mcd(2,3) = 1$

Forma 2: Dividimos numerador y denominador por una secuencia de cualquier divisor común $\frac{20:2}{30:2} = \frac{10:5}{15:5} = \frac{2}{3}$ y llegamos a la fracción irreducible.

Número	Criterio de divisibilidad	Ejemplo
2	Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par.	52 es divisible por 2
3	Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	54 es divisible por 3
4	Un número es divisible por 4 si es par y su mitad es par.	72 es divisible por 4
5	Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.	75 es divisible por 5
6	Un número es divisible por 6 cuando es par y la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	96 es divisible por 6
9	Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es un múltiplo de 9.	414 es divisible por 9
10	Un número es divisible por 10 si termina en 0.	230 es divisible por 10

Profesor: Uriel Navarro C.

Actividad 13: Simplifique las siguientes fracciones hasta obtener la fracción irreducible.

$$\frac{20}{15} \quad \frac{12}{9} \quad \frac{22}{33} \quad \frac{8}{14} \quad \frac{125}{75} \quad \frac{90}{60} \quad \frac{14}{49} \quad \frac{54}{126}$$

Actividad 14: Simplifique todas las fracciones de la actividad 10 y 11 de esta guía.

OPERACIONES CON FRACCIONES.

Llamemos $c = mcm(b, d)$ y sea $r(c/b)$ el resto de dividir c con b . además tengamos en cuenta que es posible simplificar las fracciones antes o después de realizar la operación.

$$Suma: \left(\frac{a}{b}\right) \pm \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot r(c/b) \pm c \cdot r(c/d)}{c}$$

Cociente: $\left(\frac{a}{b}\right) : \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

a.	$\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{5}{2}\right) =$	h.	$\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{12}{4}\right) =$	o.	$\left(\frac{1}{3}\right) : \left(\frac{5}{4}\right) =$
b.	$\left(\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{5}{4}\right) =$	i.	$\left(-\frac{15}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) =$	p.	$-5 : \left(\frac{50}{12}\right) =$
c.	$\left(-\frac{5}{2}\right) - \left(\frac{6}{4}\right) =$	j.	$\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{12}{4}\right) =$	q.	$\left(\frac{9}{5}\right) : \left(\frac{5}{9}\right) =$
d.	$3 - \left(\frac{1}{4}\right) =$	k.	$\left(\frac{4}{10}\right) \cdot (-20) =$	r.	$\left(-\frac{120}{34}\right) : \left(\frac{60}{28}\right) =$
e.	$\left(\frac{3}{10}\right) + \left(\frac{2}{15}\right) =$	l.	$\left(-\frac{16}{13}\right) \cdot \left(\frac{26}{8}\right) =$	s.	$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) =$
f.	$\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{7}{5}\right) =$	m.	$\left(\frac{9}{5}\right) : \left(\frac{9}{5}\right) =$	t.	$\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) =$
g.	$\left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) =$	n.	$\left(-\frac{14}{5}\right) : \left(-\frac{21}{25}\right) =$	u.	$\left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} - \frac{5}{4}\right) =$

● Sea $n \in \mathbb{N}$. Se define la potencia n –ésima del número base a .

$$(a)^n = a.a.a \dots a \quad (n \text{ veces})$$

¡OJO! El número n se llama exponente y nos indica cuantas veces multiplico la base a por sí mismo.

$$a^2 = a.a \text{ correcto} \quad a^2 = 2.a \text{ incorrecto}$$

Ejemplos: $(3)^2 = 3.3 = 9$, $(-4)^3 = (-4).(-4).(-4) = -64$; $(1)^4 = 1.1.1.1 = 1$

Actividad 16: completar la siguiente tabla de potencias cuadradas y cubicas.

[illegible]

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}

Actividad 17: Resolver las siguientes potencias, tenga en cuenta que sucede con el signo de los resultados.

$$(-1)^2 = \quad (-1)^3 = \quad (-2)^2 = \quad (-2)^3 = \quad (-5)^2 = \quad (-5)^3 =$$

$$(-4)^3 = \quad (-4)^4 = \quad (-3)^3 = \quad (-2)^4 = \quad (-6)^1 = \quad (-6)^2 =$$

Actividad 18: se define las potencias de números racionales de la siguiente manera.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Determine las potencias de las siguientes fracciones:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \quad \left(-\frac{3}{4}\right)^3 = \quad \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \quad \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^4 = \quad \left(\frac{7}{2}\right)^3 =$$

● Sea $n \in \mathbb{N}$. Se define la raíz n – ésima del número base a .

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

¡OJO! El numero n se llama **índice** y la base de la raíz a **denominamos radicando**.

Ejemplos: $\sqrt[2]{9} = 3$ porque $3^2 = 9$; $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$; $\sqrt[4]{1} = 1$ porque $1^4 = 1$

Actividad 19: completar la siguiente tabla de raíces cuadradas y cubicas.

$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$

$\sqrt[3]{0}$	$\sqrt[3]{1}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt[3]{27}$	$\sqrt[3]{64}$	$\sqrt[3]{125}$	$\sqrt[3]{216}$	$\sqrt[3]{343}$	$\sqrt[3]{512}$	$\sqrt[3]{729}$	$\sqrt[3]{1000}$

Actividad 20: Resolver las siguientes potencias, tenga en cuenta que sucede con el signo de los resultados.

$$\sqrt{144} = \quad \sqrt{196} = \quad \sqrt{256} = \quad \sqrt{-1} = \quad \sqrt[3]{-1} = \quad \sqrt[3]{-8} =$$

$$\sqrt[3]{-27} = \quad \sqrt{-6} = \quad \sqrt[4]{16} = \quad \sqrt[5]{81} = \quad \sqrt[4]{625} = \quad \sqrt{0} =$$

Actividad 21: se define las raíces de números racionales de la siguiente manera.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Determine las potencias de las siguientes fracciones:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = \quad \sqrt{\frac{16}{25}} = \quad \sqrt{\frac{64}{121}} = \quad \sqrt[3]{\frac{1}{343}} = \quad \sqrt[3]{\frac{125}{1000}} = \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{64}} =$$

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = \quad \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \quad \sqrt[4]{\frac{1}{10000}} = \quad \sqrt[4]{-\frac{16}{625}} = \quad \sqrt[4]{\frac{625}{256}}$$

PROPIEDADES DE POTENCIAS

Ahora aprenderemos las propiedades que de cierta manera permitirán poder simplificar expresiones largas y engorrosas y reducir el número de cálculos posibles.

1	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	PRODUCTO DE POTENCIA DE IGUAL BASE
2	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	COCIENTE DE POTENCIA DE IGUAL BASE
3	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	DISTRIBUCION DEL EXPONENTE EN PRODUCTO
4	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	DISTRIBUCION DEL EXPONENTE EN COCIENTE
5	$[(a)^m]^n = a^{m \cdot n}$	POTENCIA DE POTENCIA
6	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	POTENCIA NEGATIVA

Propiedad de la potencia 0 **Sea $a \neq 0$, $(a)^0 = 1$**

Actividad 22: Aplique propiedades de potencia para reducir las siguientes potencias, escriba qué propiedad es la que aplica.

a. $(-3)^2 \cdot (-3)^3 =$

j. $100^0 =$

q. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} =$

b. $5^4 : 5^2 =$

k. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 =$

r. $\left(\frac{1}{5} : \frac{2}{3}\right)^2 =$

c. $[(-2)^3]^2 =$

l. $\left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

s. $(-2)^{-3} =$

d. $(-5)^7 : (-5)^5 =$

m. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]^3 =$

t. $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

e. $[(-1)^2]^5 =$

n. $(4.5)^3 =$

u. $[(-3)^2]^{10} =$

f. $(5)^2 \cdot (5)^0 =$

o. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

v. $\left(\frac{5}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^4 =$

g. $10^8 : 10^5 =$

h. $[(-4)^0]^7 =$

p. $(2.3.4)^2 =$

w. $[((-1)^2)^2]^{-3} =$

PORCENTAJES Y REGLA DE TRES SIMPLE.

Supongamos que estamos preparando una nueva receta de prepizzas y al leer el procedimiento nos indica que hay que utilizar por cada 250 mililitros de salmuera un 15 por ciento de aceite y un 40 por ciento de leche. Nuestro problema es determinar cuántos mililitros de cada sustancia debo utilizar y pasar esas medidas a litros.

Un **porcentaje** indica cuántas partes se toman de cada 100, su símbolo es %. Simplemente para escribir un porcentaje se utiliza una división.

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Ejemplos. $20\% = \frac{20}{100} = 0,2$; $35\% = \frac{35}{100} = 0,35$

Ahora bien, si conocemos una cantidad total de la que queremos conocer cierta parte, debemos utilizar la siguiente formula:

$$p\% \text{ Total} = \left(\frac{p}{100}\right) \cdot \text{Total}$$

Si en otro caso ya conocemos el total y una parte del mismo, para saber cuánto por ciento representa dicha parte debemos utilizar:

$$p\% = \left(\frac{\text{Parte}}{\text{Total}}\right) \times 100$$

Una **regla de tres simple**, es una herramienta que permite establecer un valor desconocido que llamaremos x a partir de tres datos conocidos. Además se denomina simple porque relaciona en el problema dos magnitudes.

¿Qué es una magnitud? Es todo lo que se puede medir, por ejemplo, la longitud, el tiempo, el peso, el dinero, la temperatura, cantidad de elementos, etc.

Para que la regla funcione, debemos conocer de antemano una **equivalencia** entre estas dos magnitudes. Por lo que será necesario aprender algunas o leer bien los problemas.

$$a \text{ (magnitud 1) } \leftrightarrow b \text{ (magnitud 2)}$$

Una vez conocida podremos utilizar el tercer dato c para encontrar el dato desconocido x utilizando alguna de las siguientes reglas.

Tipo de regla de tres	Cómo funciona	Fórmula	Ejemplo paso a paso
Directa	Cuando una magnitud aumenta, la otra también aumenta (o ambas disminuyen).	$x = \frac{b \cdot c}{a}$	3 kilos de manzanas cuestan \$600. ¿Cuánto cuestan 5 kilos? $x = \frac{600 \cdot 5}{3} = 1000$ 👉 5 kilos cuestan \$1000
Inversa	Cuando una magnitud aumenta, la otra disminuye.	$x = \frac{a \cdot b}{c}$	4 obreros construyen una pared en 12 días. ¿Cuántos días tardan 6 obreros? $x = \frac{4 \cdot 12}{6} = 8$ 👉 6 obreros tardan 8 días

Actividad 23: Determine en cada problema si se trata de porcentaje o de regla de tres, indique para esta ultima si es directa o inversa.

- a. Si en una tienda un producto cuesta \$500 y tiene un descuento del 20%, ¿cuál es el precio final del producto después del descuento?
- b. Un salario de USD2,500 fue incrementado en un 15%. ¿Cuál es el nuevo salario?
- c. Un estudiante obtuvo 85 puntos en un examen de 120. ¿Qué porcentaje obtuvo en el examen? Si el examen se aprueba con el %85 ¿Aprobó el alumno?
- d. En una encuesta, el 40% de 524 personas dijeron que prefieren el color azul. ¿Cuántas personas prefieren el color azul? ¿Cuántas personas no prefieren el color azul?
- e. En un estudio de mercado de un Quiosco del barrio sobre el precio de un producto se obtuvieron los siguientes resultados en los primeros meses del año, averigua como fueron los precios en cada mes y en qué mes el producto estuvo más barato o caro.

Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo
\$1548	+20%	-5%	+%18	-7%

- f. En una fiesta patronal asistieron 2563 personas, de las cuáles el 20% pertenecía al barrio A, el 35% era del barrio B y los restantes del barrio C ¿Cuántas personas de cada barrio asistió?
- g. En las elecciones municipales de 2026 se produjeron la siguiente cantidad de votantes divididos en tres partidos distintos 40678 votaron al partido A, 35678 votaron al partido B, 56780 votaron al partido C. Si queremos mostrar en porcentajes los votos a cada partido ¿Qué tanto por ciento representan? Si aún falta votar el 40% de la población ¿De cuántas personas estamos hablando?
- h. En el centro existe una oferta de una cocina como la siguiente: Pagando su compra en efectivo le hacemos un 25% de descuento, mientras que pagando con cualquier financiera le hacemos un recargo del %65 sobre el total.

¿Cuánto debo pagar si compro la cocina que sale \$458.000 en efectivo? ¿Cuánto debo pagar si la compro con financiera en 6 cuotas?

i. En una división de terrenos por fallecimiento del dueño, se ha arreglado que del total de hectáreas que son 12 [ha] el 30% le corresponde a la esposa, del 70% restante, el 40% les corresponde a los 3 hijos del matrimonio que se repartirán en partes iguales mientras que el 20% le corresponderá por igual a 2 hijos adoptivos. Lo restante será utilizado para un invernadero común.

¿Cuántas hectáreas le corresponde a cada individuo? ¿Qué porcentaje del total representa el terreno para el invernadero? Si la esposa decide dar un 15% de lo que les corresponde a sus tres hijos sanguíneo ¿Cuánto tendría en total cada uno?

j. En un día de trabajo de 8 horas, un obrero ha hecho 10 cajas. ¿Cuántas horas tardarán en hacer 25 cajas?

k. Si para pintar 180 metros de pared se necesitan 24 kg de pintura. ¿cuántos kg se necesitarán para pintar una superficie de 270 metros?

l. Para hacer 96 metros de una tela se necesitan 30 kg de lana ¿Cuántos kg se necesitarán para tejer una tela que mide 160 metros?

m. Diez pintores tardan 16 días en pintar una vivienda completa. ¿Cuánto tardarán en hacerlo ocho trabajadores?

n. Si 12 vacas se comen un granero lleno de paja en 80 días, calcula cuanto tardarían 30 vacas.

o. Si abro tres desagües de una piscina, esta tarde en vaciarse dos horas. ¿Cuánto tardaré en vaciarla abriendo doce desagües?

p. Un ganadero tiene 20 vacas y alfalfa para alimentarlas durante 30 días. ¿Cuánto tiempo le durará la comida si se mueren 5 vacas? ¿Cuánto tiempo le durará la comida si compra 8 vacas más?

q. Con un depósito de agua pueden beber 30 caballos durante 8 días. Si se venden 6 caballos, ¿cuántos días durará el agua? ¿Y si luego de venderlos compra 9 caballos más?

- r. 8 obreros pueden hacer una obra en 20 días, después de 5 días de trabajo se retiran 3 obreros ¿Con cuántos días de atraso entregaran la obra?
- s. Juliana recorrió 4 cuabras en 9 minutos. Si duplica la velocidad ¿Cuántos minutos tardará en recorrer las 56 cuabras?

ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO.

Una ecuación es una igualdad entre dos cosas que denominamos miembros, en el cual aparecen una o varias letras que representan datos desconocidos o incógnitas.

Pensemos una ecuación como una balanza de platillos, en la cuál para poder mantenerla balanceada, es necesario tener en ambos extremos el mismo “peso”. Pensemos entonces que una incógnita podría ser el “peso” de alguno de los elementos que tenga cada platillo o alguno de ellos.



- Definimos una **ecuación de primer grado** con **una incógnita** a una expresión de la forma $ax + b = 0$ donde x es la incógnita y a, b son números. En este tipo de ecuaciones obtendremos ninguna o una única solución.

¿Cómo resolvemos una ecuación de este estilo?

Por conveniencia la incógnita debe estar en el primer miembro de la ecuación, además es posible ir ubicando los elementos de un miembro a otro quitando o agregando cosas iguales o multiplicando y dividiendo cosas iguales.

Ejemplo1. Para resolver la ecuación $4x - 5 = 0$ sumamos en ambos miembros el valor 5 quedando $4x - 5 + 5 = 0 + 5$ ahora resolvemos y obtenemos $4x = 5$, dividimos ambos miembros por 4 obteniendo $\frac{4x}{4} = \frac{5}{4}$, luego operando llegamos a $x = \frac{5}{4}$ la solución.

Ejemplo2. Para resolver la ecuación $2x + 2 = x - 3$ restamos en ambos miembros el valor 2 quedando $2x + 2 - 2 = x - 3 - 2$ ahora resolvemos y obtenemos la

ecuación $2x = x - 5$, restamos en ambos miembros por x obteniendo la expresión $2x - x = x - x - 5$, luego operando llegamos a $x = -5$ la solución.

Ejemplo3. Para resolver la ecuación $-2(x + 1) = 10$ multiplicamos por el -2 cada elemento que está encerrado entre paréntesis en el primer miembro quedando así $-2x - 2 = 10$ y resolvemos como sabemos hacer, obteniendo $-2x = 12$, ahora dividiendo por -2 en ambos miembros tenemos $\frac{-2x}{-2} = \frac{12}{-2}$ y resolviendo las divisiones queda $x = -6$ que es la solución.

Actividad 24: Determine la solución, si es que existe, de las siguientes ecuaciones.

- a. $x + 16 = 41$
- b. $9x - 45 + 4x = 4 + 16$
- c. $2x + 3 = 2x + 4$
- d. $2x - 3 + x - 35 = 2 - 9x - 4$
- e. $3(x - 2) + 9 = 0$
- f. $5x + 1 = 1$
- g. $2(3x - 2) - (x + 3) = 8$
- h. $2(x - 2) = -(-2x + 4)$
- i. $4x - 3(1 - 3x) = -3$
- j. $6 - x = 4.(x - 3) - 7(x - 4)$

● Definimos una **ecuación de segundo grado con una incógnita** a una expresión de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ donde x es la incógnita y a, b, c son números. En este tipo de ecuaciones obtendremos ninguna, una o dos soluciones
¿Cómo resolvemos una ecuación de este estilo?

Por conveniencia la ecuación debe quedar igualada a 0 siempre, por lo que, en el caso de no estar de este modo, vamos a modificar los elementos de cada miembro.

La solución de esta ecuación dependerá en cierta medida de si la ecuación está completa o no, veamos cada caso.

Caso1. $ax^2 + c = 0$ se resuelve despejando la incógnita primero restando c en ambos miembros $ax^2 = -c$ luego dividiendo por a miembro a miembro $x^2 = -\frac{c}{a}$ y

luego calculando una raíz $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$ obteniendo dos soluciones, una positiva y otra negativa.

Caso2. $ax^2 + bx = 0$, en esta ecuación se sabe que una solución vale $x = 0$ siempre, por lo que la segunda solución la encontramos resolviendo $ax + b = 0$, note como en esta nueva ecuación la variable x no está elevada al cuadrado y b queda sin variable.

Caso3. $ax^2 + bx + c = 0$, en esta situación, tenemos los tres términos en el primer miembro por lo que la resolución es un poco mas compleja ya que debemos resolver el cálculo dado por la formula:

$$x = \frac{-(b) \pm \sqrt{(b)^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Actividad 25: Determine las soluciones, de las siguientes ecuaciones.

a. $x^2 - 16 = 0$

b. $9x^2 - 25 = 0$

c. $-2x^2 + 128 = 0$

d. $x^2 - 3x = 0$

e. $5x^2 + 10x = 0$

f. $-2x^2 - 7x = 0$

g. $x^2 - 14x + 49 = 0$

h. $x^2 - 3x + 2 = 0$

i. $2x^2 + 5x + 6 = 0$

j. $x^2 - 2x + 1 = 0$