**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SGO. DEL ESTERO**

**Programa "Ingreso Universitario - Modalidad Mayores de 25 años sin título secundario"**

# MÓDULO DE FISICA

**Profesora Corvalán Valeria**

**Ingreso 2023**

# UNIDAD 1

## MAGNITUDES FISICAS

# MAGNITUDES FISICAS

**La Física como Ciencia Fundamental**

Física es la ciencia que estudia las propiedades y fenómenos de la naturaleza con la asistencia del lenguaje matemático. Es una ciencia experimental. Esta ciencia incluye el estudio de las propiedades de la materia, la energía, el tiempo y sus interacciones.

Puede decirse que la Física es una ciencia que tiene como objetivo medir y relacionar los resultados de estas medidas entre sí y con otras magnitudes que no son directamente medibles, y deducir de estas relaciones leyes cuantitativas que puedan ser comprobadas posteriormente mediante nuevas medidas.

Entre las principales teorías de la física, puede mencionarse a la **mecánica clásica** (que describe el movimiento macroscópico), el **electromagnetismo** (se encarga de los fenómenos electromagnéticos como la luz), la **relatividad** (analiza el espacio-tiempo y la interacción gravitatoria), la **termodinámica** (sobre los fenómenos moleculares y de intercambio de calor) y la **mecánica cuántica** (que estudia el comportamiento del mundo atómico).

## Magnitudes Físicas

Se denomina **magnitud física** a aquellos parámetros que pueden ser medidos directa o indirectamente en una experiencia y expresar su resultado mediante un número y una unidad. Son ejemplos de magnitudes: la longitud, la masa, el tiempo, la superficie, la fuerza, la presión, la densidad, etc. Una medición es **directa** si se concreta a través de un instrumento de medida, y es **indirecta** si la medición se realiza a través de una variable que permite calcular otra distinta.

Las magnitudes físicas se utilizan para traducir en números los resultados de las observaciones; así el lenguaje que se utiliza en la Física es claro, preciso y terminante.

### 1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS

#### 1.1.1. Por su origen

Las magnitudes físicas, por su origen, se clasifican en fundamentales y derivadas.

**Magnitudes Fundamentales**
Son aquellas que sirven de base para escribir las demás magnitudes.

Las magnitudes fundamentales son:

- ✓ Longitud (L)
- ✓ Masa (M)
- ✓ Tiempo (T)
- ✓ Temperatura termodinámica ($\theta$)
- ✓ Intensidad luminosa (J)
- ✓ Cantidad de sustancia ($\mu$)
- ✓ Intensidad de corriente eléctrica (I)

### Magnitudes Derivadas

Son aquellas magnitudes que se expresan en función de las magnitudes fundamentales: Por ejemplo, velocidad, trabajo, presión, aceleración, superficie (área), potencia, fuerza, densidad, etc.

## 1.1.2. Por su naturaleza

Las magnitudes se clasifican por su naturaleza en magnitudes escalares y vectoriales.

### Magnitudes Escalares

Son aquellas magnitudes que están perfectamente determinadas con sólo conocer su valor numérico y su respectiva unidad.

Por ejemplo, volumen: 120 $m^3$, tiempo: 20 min, temperatura: 38 ºC

### Magnitudes Vectoriales

Son aquellas magnitudes que además de conocer su valor numérico y unidad, se necesitan la dirección y sentido para que dicha magnitud quede perfectamente determinada.

Por ejemplo, en la Figura 1.1 se muestra que al bloque se le aplica una fuerza de 4 N, y la flecha (vector) indica que la fuerza es vertical y hacia arriba. La fuerza es una magnitud vectorial.

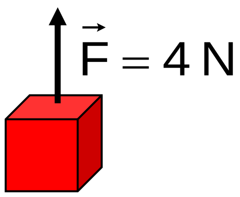



**Figura 1.1.** Fuerza aplicada a un cuerpo

De acuerdo con lo expresado anteriormente, se desprende que el concepto de magnitud está íntimamente relacionado con la idea de **medición**. Una magnitud física queda definida cuando se conocen las prescripciones para medirla, es decir se le asocia valores numéricos comparándola con otra de la misma clase tomada como unidad.

## 1.2. Sistemas de unidades

Un **sistema de unidades** es un conjunto ordenado de unidades de medida que guardan entre sí relaciones definidas y sencillas.

## 1.2.1. Sistema Internacional

El **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**) es el resultado de un acuerdo alcanzado en 1960 por la Conferencia General de Pesas y Medidas y tiene vigencia en la actualidad.

Este Sistema Internacional de Unidades consta de 7 unidades **básicas o fundamentales** que permiten expresar las magnitudes fundamentales. Estas se detallan en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Unidades básicas o fundamentales

| MAGNITUD | UNIDAD | SIMBOLO | PATRON PRIMARIO |
|---|---|---|---|
| Longitud | metro | m | Longitud de onda de la luz emitida por una lámpara de criptón |
| Masa | kilogramo | kg | Cilindro de aleación de platino |
| Tiempo | segundo | s | Frecuencia de la radiación de un oscilador de cesio especial |
| Intensidad de corriente eléctrica | Ampere | A | Se basa en la fuerza magnética entre dos alambres que transportan la misma corriente |
| Temperatura termodinámica | Kelvin | K | Temperatura a la que hierve el agua y se congela simultáneamente si la presión es adecuada |
| Intensidad Luminosa | Candela | cd | Radiación de una muestra de platino preparada especialmente |
| Cantidad de sustancia | mol | mol | Definido partir de los átomos presentes en 12 g de carbono 12 |

Las **unidades derivadas** son las unidades correspondientes a las magnitudes derivadas, es decir resultan de la combinación de las fundamentales. Por ejemplo, la unidad de superficie, el $m^2$ resulta de combinar dos veces la longitud. En la Tabla 2 se presentan algunas de ellas.

**Tabla 2.** Ejemplo de unidades derivadas

| MAGNITUD | UNIDAD | SIMBOLO |
|---|---|---|
| Fuerza | Newton | N |
| Area | metro cuadrado | $m^2$ |
| Volumen | metro cúbico | $m^3$ |
| Velocidad | metro por segundo | m/s |
| Trabajo | Joule | J |
| Potencia | Watt | W |
| Presión | Pascal | Pa |

La relación entre las unidades derivadas y las fundamentales se establece mediante las ecuaciones dimensionales.

### 1.2.2. Múltiplos y submúltiplos

En la Física, es muy frecuente usar números muy grandes, pero también números muy pequeños; para simplificar su expresión se utilizan los múltiplos y submúltiplos (Ver Tabla 3).

**Tabla 3.** Múltiplos y submúltiplos

| Múltiplos | | | | Submúltiplos | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Prefijo** | **Símbolo** | **Factor de multiplicación** | | **Prefijo** | **Símbolo** | **Factor de multiplicación** |
| Yotta | Y | $10^{24}$ | | yocto | y | $10^{-24}$ |
| Zetta | Z | $10^{21}$ | | zepto | z | $10^{-21}$ |
| Exa | E | $10^{18}$ | | atto | a | $10^{-18}$ |
| Peta | P | $10^{15}$ | | femto | f | $10^{-15}$ |
| Tera | T | $10^{12}$ | | pico | p | $10^{-12}$ |
| Giga | G | $10^{9}$ | | nano | n | $10^{-9}$ |
| Mega | M | $10^{6}$ | | micro | µ | $10^{-6}$ |
| Kilo | k | $10^{3}$ | | mili | m | $10^{-3}$ |
| Hecto | H | $10^{2}$ | | centi | c | $10^{-2}$ |
| Deca | D | $10^{1}$ | | deci | d | $10^{-1}$ |

Los símbolos de los múltiplos o submúltiplos se escriben en singular.
Al unir un múltiplo o submúltiplo con una unidad del S.I. se forma otra nueva unidad. Por ejemplo, kilómetro (km), centímetro (cm), son nuevas unidades.

La escritura, al unir múltiplo o submúltiplo con una unidad del S.I. es la siguiente:

1. El número (valor de la magnitud).
2. El múltiplo o submúltiplo (dejando un espacio entre el número y el múltiplo o submúltiplo)
3. La unidad del S.I. (sin dejar espacio).

Por ejemplo:

$20 \text{ x}10^3$ m ≡20 kilómetros ≡ 20 km

$4 \text{ x}10^{-2}$ m ≡ 4 centímetros ≡ 4 cm

### 1.2.3. Sistema cegesimal

El **sistema cegesimal de unidades**, también llamado **sistema CGS**, es un sistema de unidades basado en el **centímetro**, el **gramo** y el **segundo**. Su nombre es el acrónimo de estas tres unidades. El sistema CGS ha sido casi totalmente reemplazado por el Sistema Internacional de Unidades. Sin embargo se utiliza en algunos campos científicos y técnicos muy concretos.

### 1.2.4. Sistema Inglés

El **sistema inglés** de unidades o **sistema imperial**, es aún usado ampliamente en los **Estados Unidos de América** y, cada vez en menor medida, en algunos países con **tradición británica**. En este sistema las unidades fundamentales son:

Longitud: pie (ft)

Masa: Libra - masa (lbm)

Tiempo: segundo (s)

Temperatura termodinámica: grados Rankine (º R)

Fuerza: libra fuerza ($lb_f$)

Energía, trabajo: Joule (J)

Intensidad: Amperio (A))

## 1.3. Equivalencia entre los sistemas

En la Tabla 4 se presentan algunas equivalencias entre las unidades de los distintos sistemas detallados anteriormente.

**Tabla 4.** Equivalencia entre unidades de distintos sistemas

| MAGNITUD | VALOR EN UNIDADES DEL S.I. |
|---|---|
| **Longitud** | |
| 1 año luz | $9{,}46055 \times 10^{15}$ m |
| 1 pulgada | 0,0254 m |
| 1 pie = 12 pulgadas | 0,3048 m |
| 1 yarda = 3 pies | 0,9144 m |
| 1 yarda = 3 pies | 0,9144 m (exactamente) |
| 1 milla terrestre = 1760 yardas | $1{,}609344 \times 10^3$ m (exactamente) |
| 1 milla náutica | $1{,}852 \times 10^3$ m |
| **Velocidad** | |
| 1 km/h | 0,2778 m/.s |
| 1 nudo = 1 milla náutica/h | 1,852 km/h = 0,5144 m/s |
| **Areas** | |
| 1 hectárea (ha) | $1 \times 10^4$ $m^2$ |
| 1 milla cuadrada | 2,589988 $km^2$ = $2{,}589988 \times 10^6$ $m^2$ |
| 1 acre (ac) | $4{,}04686 \times 10^3$ $m^2$ |

**Tabla 4.** Equivalencia entre unidades de distintos sistemas (continuación)

| MAGNITUD | VALOR EN UNIDADES DEL S.I. |
|---|---|
| **Volumen** | |
| 1 litro (l) | 1 $dm^3$ |
| 1 mililitro (ml) | 1 $cm^3$ |
| 1 UK galón | 4,54609 $dm^3$ |
| 1 US galón | 3,785412 $dm^3$ |
| 1 pie cúbico | 2,831685 x $10^{-2}$ $m^3$ |
| 1 pulgada cúbica | 1,6387064 x $10^{-5}$ $m^3$ = 16,387064 $cm^3$ |
| **Peso** | |
| 1 tonelada métrica | 1x$10^3$ kg |
| 1 libra (lb) | 0,45359327 kg |
| 1 onza (oz) | 2,834952 x $10^{-2}$ kg |
| **Temperaturas** | |
| Celsius a Fahrenheit: | T (ºF) = 9/5 (T ºC + 32) |
| Fahrenheit a Celsius: | T (ºC) = 5/9 (T ºF - 32) |
| Celsius a Kelvin | T (K) = T (ºC) +273 |
| **Fuerza** | |
| 1 lb fuerza | 4,48 N |
| 1 dina | $10^{-5}$ N |
| 1 kg fuerza | 9,8 N |

Por ejemplo si se deseara expresar 720 km/h en m/s se procede de la siguiente manera:

a) se escriben los factores de conversión

$$720\frac{km}{h} = 720\frac{km}{h} x \frac{1000\,m}{1km} x \frac{1\,h}{3600\,s}$$

b) se simplifican las unidades cuando sea posible

$$720\,\frac{km}{h} = \frac{720.1000}{3600}\,\frac{m}{s}$$

c) se realizan las operaciones indicadas

$$720\frac{km}{h} = \frac{72x10^4}{36x10^2}\frac{m}{s} = 200\frac{m}{s}$$

### 1.4. Análisis Dimensional

El análisis dimensional es una parte de la Física que estudia la forma como se relacionan las magnitudes derivadas con las fundamentales.

Toda unidad física, está asociada con una dimensión física, por ejemplo el segundo pertenece a la dimensión del tiempo (T), el metro es una unidad de medida de la dimensión longitud (L), el kg es una unidad de medida de la dimensión masa (M), etc. Además existen otras unidades que pueden expresarse en términos de las dimensiones fundamentales, por ejemplo la unidad de velocidad en el S.I. es m/s, que puede expresarse como combinación de las dimensiones mencionadas anteriormente, es decir:

$$\text{Dimensión de velocidad} = \frac{\text{Dimensión de longituda (L)}}{\text{Dimensión de tiempo (T)}}$$

El Análisis Dimensional se utiliza para:

- expresar (relacionar) las magnitudes derivadas en términos de las fundamentales.
- comprobar la veracidad o falsedad de las fórmulas físicas, haciendo uso del principio de homogeneidad dimensional.
- deducir nuevas fórmulas a partir de datos experimentales.

Los símbolos que se utilizan para especificar las dimensiones básicas: longitud, masa y tiempo son L, M y T respectivamente.

Comúnmente se usan corchetes [ ] para indicar las dimensiones de una magnitud y deben expresarse como productos, así para el caso anterior se tiene:

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Las dimensiones pueden tratarse como cantidades algebraicas, de manera que, en el análisis dimensional:

- las cantidades sólo pueden sumarse o restarse si tienen las mismas dimensiones.
- los dos miembros de una igualdad (o ecuación) deben tener las mismas dimensiones.

Conviene remarcar que con este análisis se puede deducir o verificar una fórmula o expresión, determinar las unidades (o dimensiones) de la constante de proporcionalidad, pero no su valor numérico, por lo tanto no pueden determinarse las constantes adimensionales.

Por ejemplo, si se desea determinar si la expresión $x = \frac{1}{2}at^2$ es dimensionalmente correcta:

1. Se determinan las dimensiones de cada una de las variables:

$$[x] = L,\ [a] = L/T^2 = LT^{-2},\ [t]^2 = T^2$$

2. Se igualan las dimensiones de cada variable:

$$[x] = [a][t]^2$$

3. Se sustituyen las dimensiones de cada variable:

$$L = (LT^{-2})(T)^2.$$

4. Se opera algebraicamente con las dimensiones (agrupando las dimensiones iguales y aplicando propiedades de potencias):

$$L = L\,(T^{-2}).(T)^2 = L\,T^{(-2+2)} = LT^0 = L$$

5. Se observa si el resultado si es dimensionalmente correcto. En este caso sí lo es.

En la Tabla 5 se presentan magnitudes de uso frecuente con sus dimensiones, símbolos y unidades (en S.I.).

**Tabla 5.** Dimensiones, símbolos y unidades de magnitudes físicas de uso frecuente

| Magnitud | Dimensión | Símbolo | Unidad |
|---|---|---|---|
| Longitud | L | x, y | m |
| Masa | M | m | kg |
| Tiempo | T | t | s |
| Superficie | $L^2$ | A | $m^2$ |
| Volumen | $L^3$ | V | $m^3$ |
| Velocidad | $L.T^{-1}$ | v | m/s |
| Aceleración | $L.T^{-2}$ | a | $m/s^2$ |
| Fuerza | $M.L.T^{-2}$ | F | $kg.m/s^2$ |
| Trabajo | $M.L^2.T^{-2}$ | J | $kg.m^2/s^2$ |

# Trabajo Práctico N°1
# Magnitudes Físicas

## Sistemas de unidades

1. Entre las alternativas, indique las unidades que no corresponden a las magnitudes fundamentales del Sistema Internacional:

a) metro (m)
b) mol (mol)
c) Amperio (A)
d) candela (cd)
e) segundo (s)
f) kilogramo (kg)
g) dina (din)

2. Marque las magnitudes que no corresponden con la unidad asignada en el S.I.
a) Cantidad de sustancia - kilogramo
b) Tiempo - segundo
c) Intensidad de corriente - candela
d) Masa - kilogramo
e) Temperatura termodinámica – kelvin
f) Intensidad luminosa- Amperio

3. Indique las unidades que no corresponden a una unidad fundamental en el S.I.
a) A – Ampere
b) mol - mol
c) C - Coulomb
d) m – metro
e) ergio - erg
f) libra - lb
g) pie – ft

4. Entre las unidades mencionadas, señale las que pertenecen a unidades base en el S.I.
a) N – Newton
b) Pa - Pascal
c) oz - onza
d) A - Amperio
e) g – gramo
f) W – watt
g) ºC – grado centígrado o Celsius

5. ¿Qué relaciones no corresponden?
a) 1 YN = $10^{24}$ N
b) 4 PJ = 4x $10^{15}$J
c) 1 ns = $10^{-9}$ s
d) 3 pmol= 3x$10^{-9}$
e) 5 fA = 5x$10^{-18}$ A
f) 20 μcd= 2x$10^{-7}$ cd

6. Al convertir una señal de camino al sistema métrico, sólo se han cambiado parcialmente los datos. Se indica que una población está a 20 km de distancia, y la otra a 10 millas de distancia (1 milla = 1,61 km). ¿Cuál población está más distante y en cuántos kilómetros?

7. Los diámetros de unas tuberías necesarias en una fábrica son 2; 4 y 12 pulg. Indique los diámetros en cm y dm.

8. Realice las siguientes conversiones:

a) 520.314 m a km

b) 120 km/h a m/s

c) 145 ft a m

d) 1500 $cm^3$ a l

e) 8240 l/s a $m^3/s$

f) 4200s a min

g) 2 kW.h a J (recordar que W=N/s y J=N.m)

h) 15 lb/$pulg^3$ a g/ml

9. Complete la siguiente tabla

| **Cantidad** | **Convertir en** | **Procedimiento** (Multiplicar / dividir por uno o varios factores de conversión) | **Respuesta** (número y unidad) |
|---|---|---|---|
| 0,0220 m | cm | | |
| 0,00120 mm | nm | | |
| 450002 cm | m | | |
| 25 km | m | | |
| 4,2 $mm^2$ | $cm^2$ | | |
| 2,5 días | h | | |
| 2,5 días | min | | |
| 2,5 días | s | | |
| 34728 s | min | | |
| 34728 s | h | | |
| 34728 s | d | | |
| 742 $cm^3$ | $m^3$ | | |
| 412 $dm^3$ | $m^3$ | | |
| 1248 $\mu$l | $cm^3$ | | |
| 1,033 g/$cm^3$ | g/l | | |
| 120 g/$cm^3$ | kg/$m^3$ | | |
| 1,033 g/$cm^3$ | lb/$ft^3$ | | |
| 1,033 g/$cm^3$ | g/$dm^3$ | | |
| 1200 kg | tn | | |
| 8740 mg | g | | |
| 12 lb | g | | |
| 350 ft | pulg | | |
| 350 ft | m | | |
| 12 kg fuerza | N | | |

10. Hallar en Zm la distancia que existe desde la Tierra a una estrella, siendo esta distancia equivalente a 4 años luz. (1 año luz = distancia que recorre la luz en un año de 365 días). Considere que la luz recorre 300 000 km en 1 segundo.

11. Exprese en Gm la distancia que recorre en 2 Ts un móvil que marcha a 110 km/h

12. Las cepas de *Bacillus cereus* se reproducen en progresión geométrica a razón de 1200 bacterias por hora. Si un cultivo tenía inicialmente 24 bacterias, cuántas se tendrá en 2 h? Exprese este resultado en Tbacterias.

13. Si un mol de carbono tiene 6, 02 x$10^{23}$ átomos y pesa 12 g, ¿cuánto pesaran en ng 21,25 x $10^{13}$ átomos?

14. Un cuerpo tiene una masa de 2400 Gg y un volumen de 3500 $km^3$, encuentre su densidad en $\mu g/m^3$

## Análisis dimensional

15. Siendo m una magnitud física, indique cuáles de las siguientes proposiciones se cumplen:
a) $[m]+[m]=[m]$
b) $[m].[m]=[m]^2$
c) $[m]^2/[m]=[m]$
d) $[m]-[m]=0$

16. Indique las relaciones que son dimensionalmente correctas:
a) [fuerza]= $MLT^{-3}$
b) [trabajo]=$ML^2T^{-2}$
c) [velocidad]=$L.T^1$
d) [aceleración]= $LT^{-2}$

17. Indique verdadero o falso
a) El análisis dimensional se utiliza para verificar fórmulas
b) El análisis dimensional se utiliza para deducir fórmulas empíricas
c) En una fórmula dimensional todos los términos de ambos miembros deben tener las mismas dimensiones
d) La ecuación dimensional de los términos del primer miembro son diferentes a las dimensiones del segundo miembro.

18. Marque las unidades que están asociadas incorrectamente a las dimensiones propuestas.
a) $\frac{kg.s}{m}=ML^{-1}T^{-1}$

b) $\frac{kg.m^2}{s^2}=ML^2T^{-2}$
c) A/s= $I.T^{-1}$

19. A partir de la ley de Gravitación Universal de Newton: $F=\frac{Gm_1m_2}{r^2}$ determinar las dimensiones de la constante de gravitación G.

20. A partir de la Ecuación General de los Gases Ideales, PV=n RT determine las dimensiones de la constante universal de los gases R.

21. Encuentre las dimensiones del período T de un péndulo de longitud l, siendo la fórmula: $T = k\sqrt{\frac{l}{g}}$, donde k es una constante adimensional y g es la aceleración de la gravedad.

22. El calor específico de una sustancia está dado por la ecuación $c=a+bt^2$, donde a y b son constantes y t es la temperatura en grados centígrados. El calor necesario para aumentar la temperatura de una masa m de la sustancia desde 0 ºC hasta T ºC es:

a) $m\left(aT + b\frac{T^3}{3}\right)$ o bien b) $m\left(aT + b\frac{T^2}{4}\right)$

# Magnitudes Vectoriales

Como se expresó anteriormente, si bien las magnitudes escalares tienen únicamente como variable a un número que representa una determinada cantidad, por ejemplo la masa, la presión, el volumen, la energía, la temperatura, **las magnitudes vectoriales** son aquellas que además del módulo (o valor absoluto) poseen punto de aplicación, dirección y sentido. Son ejemplos de magnitudes vectoriales el desplazamiento, la velocidad, la fuerza, el peso de un cuerpo, etc.

### 1. 6. Representación de magnitudes vectoriales

Las magnitudes vectoriales se representan mediante **vectores**. Un vector se representa por un segmento orientado, dibujado como una flecha, que queda caracterizado por los siguientes elementos: su longitud, intensidad o **módulo**, siempre positivo por definición; su **dirección**, determinada por la inclinación con respecto a la horizontal de la recta a la que pertenece el vector; su **sentido**, que se indica en el extremo del mismo con una flecha y punto de aplicación (ver Figura 1.2).

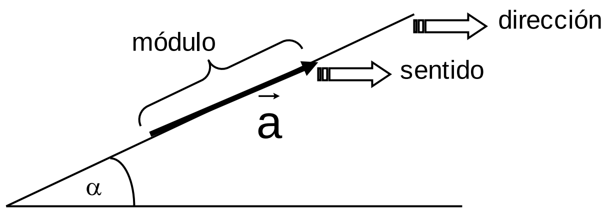



**Figura 1.2.** Elementos de un vector

La representación simbólica es por ejemplo $\vec{a}$ y se lee vector a y para la gráfica se debe adoptar una escala de representación.

Si se tiene una gráfica a escala y se desea conocer el módulo del vector, se debe medir el vector con una regla y multiplicar este valor con su correspondiente unidad por la escala de representación.

Por ejemplo, si se desea conocer el módulo de un vector fuerza, cuya representación gráfica mide 6 cm y la escala corresponde a 2 N/cm, del módulo del vector fuerza es igual a:

$$6\ \text{cm} \cdot 2\frac{\text{N}}{\text{cm}} = 12\ \text{N}$$

El módulo de un vector se indica con las barras de valor absoluto, es decir:

$|\vec{a}|$ y se lee módulo del vector a.

#### 1.6.1. Tipos de vectores

A continuación se presentan algunos tipos de vectores.

***Vectores colineales***

Son aquellos vectores que poseen la misma dirección (una misma línea de acción) (Fig. 1.3).

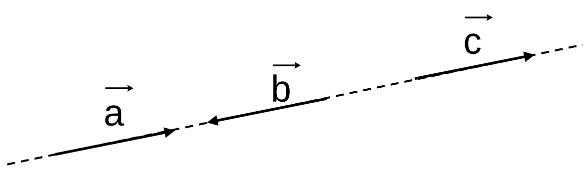



**Figura 1.3.** Vectores colineales

***Vectores concurrentes***

Son aquellos vectores cuyas líneas de acción, se cortan en un solo punto (Fig. 1.4).

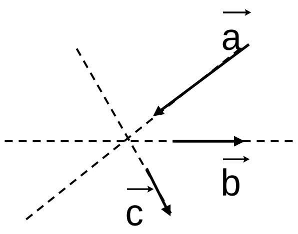



**Figura 1.4.** Vectores concurrentes

***Vectores iguales***

Son aquellos vectores que tienen la misma intensidad o módulo, dirección y sentido.

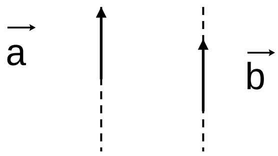



**Figura 1.5.** Vectores iguales

**Vectores coplanares**

Se encuentran en un mismo plano (ver Figura 1.6)

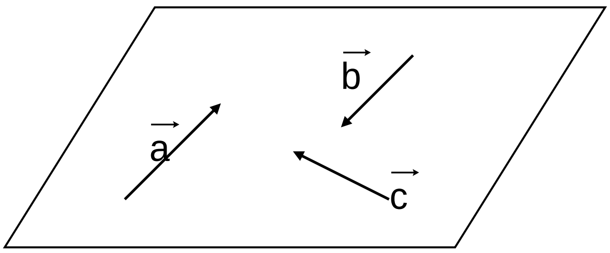



**Figura 1.6.** Vectores coplanares

### 1.6.2. Formas de expresión de vectores

Los vectores pueden expresarse en tres formas: cartesiana, polar y mediante vectores unitarios.

#### 1.6.2.1. Expresión en forma cartesiana

La forma cartesiana de un vector resulta al realizar la descomposición del mismo en sus componentes cartesianas o rectangulares, es decir las componentes del mismo en el eje x y en el eje y. Para ello se sigue una serie de pasos, por ejemplo si se desea realizar la descomposición cartesiana del $\vec{a}$ (ver Figura 1.7):

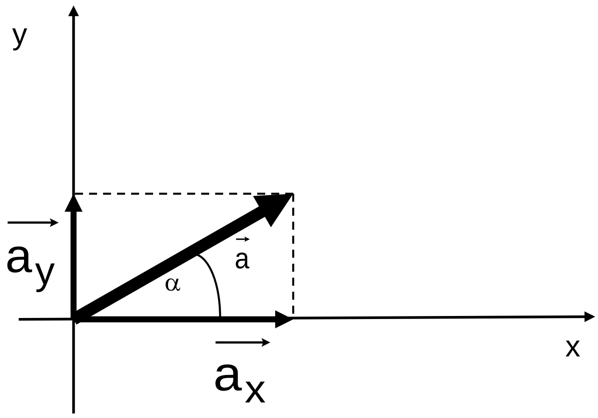



**Figura 1.7.** Descomposición cartesiana de un vector

Los pasos son:

1. el origen del vector $\vec{a}$ se debe hacer coincidir con el origen de un sistema de coordenadas cartesianas u ortogonales (con ejes x y y), puede observarse que el vector forma un ángulo $\alpha$ con el eje x

2. se realizan las proyecciones perpendiculares del vector $\vec{a}$, es decir las proyecciones del vector sobre el eje x y sobre el eje y que se denotan como $\vec{a}_x$ y $\vec{a}_y$ .

3. se calcula el módulo de estas componentes aplicando trigonometría, es decir:

$$\left|\vec{a}_x\right| = \left|\vec{a}\right|.\cos\alpha \text{ y } \left|\vec{a}_y\right| = \left|\vec{a}\right|.\text{sen}\,\alpha$$

Las componentes resultantes de la descomposición del vector pueden utilizarse para especificar el vector, $\vec{a}$=($a_x$,$a_y$), siendo $a_x$ y $a_y$ los módulos de la componente horizontal y vertical del vector, respectivamente. El módulo del vector se define como: $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\left|\vec{a}_x\right|^2 + \left|\vec{a}_y\right|^2}$

**Expresión en forma polar**

Si se conocen las componentes cartesianas del vector, se puede conocer la expresión del vector a en forma polar. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. El módulo de $\vec{a}$ se calcula mediante el Teorema de Pitágoras puesto que el módulo de $\vec{a}$ es la hipotenusa del triángulo rectángulo de cateto adyacente al ángulo $\alpha$, $a_x$, y cateto opuesto a dicho ángulo, $a_y$ (Figura 1.7.). Entonces:

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\left|\vec{a}_x\right|^2 + \left|\vec{a}_y\right|^2}$$

2. La dirección del vector queda determinada por el ángulo $\alpha$, que se puede calcular como sigue:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{\left|a_y\right|}{\left|a_x\right|} \Rightarrow \alpha = \text{arctg}\frac{\left|a_y\right|}{\left|a_x\right|}$$

Entonces un vector en forma polar se expresa como: $\vec{a} = (\left|a\right|, \alpha)$ o bien $(\left|a\right| / \alpha)$

#### 1.6.2.2. Expresión con versores

Se define a un versor o vector unitario como un vector que tiene por módulo a la unidad y su única finalidad es describir una dirección en el espacio.

Un vector se descompone según sus componentes en los ejes x, y y z, el versor del eje x se denota como $\vec{i}$ y en coordenadas cartesianas es $\vec{i}$ =(1,0,0), el versor del eje y es $\vec{j}$ =(0,1,0) y $\vec{k}$ =(0,0,1) es el versor del eje z. Ver Figura 1.8.

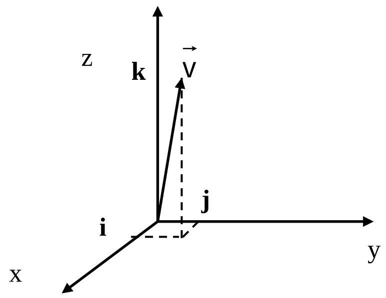



**Figura 1.8.** Descomposición de un vector en función de los versores

El vector $\vec{v}$ de la figura se puede expresar como: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$

### 1.6.3. Operaciones con vectores

#### 1.6.3.1. Suma de vectores

Sumar dos o más vectores, consiste en representarlos por uno sólo llamado resultante. Este vector resultante produce el mismo efecto que todos los vectores juntos.

Se debe tener en cuenta que **la suma vectorial no es lo mismo que la suma aritmética**.

La suma de vectores se puede resolver por métodos gráficos y por métodos analíticos.

1.6.3.1.1. <u>Métodos gráficos</u>

Dentro de los métodos gráficos se distinguen el método del paralelogramo, el del triángulo y el del polígono.

**Método del Triángulo**

Se aplica exclusivamente en el caso de **dos vectores concurrentes y coplanares**.

Para aplicar este método se unen los dos vectores, uno a continuación del otro, de manera que formen un triángulo, el vector resultante $\vec{R}$ se encontrará en la línea que se agregó para formar el triángulo y su punto de aplicación coincide con el origen del primer vector. Observar la Fig. 9.

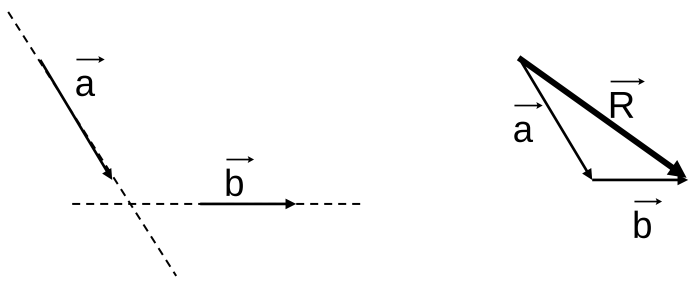


**Figura 9.** Suma de vectores por el método del triángulo

### Método del Paralelogramo

Se aplica tanto para dos vectores como para la adición de cualquier número de vectores.

Si se considera el caso de **dos vectores coplanares**, para encontrar la resultante se unen vectores por el origen de los mismos de manera de formar un paralelogramo. El vector resultante se encuentra en la diagonal principal del paralelogramo, su origen coincide con el origen de los vectores. (Observar la Fig. 1.10)

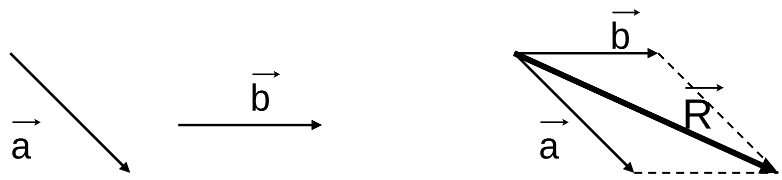



**Figura 1.10.** Suma de vectores por el método del paralelogramo

Para sumar más de dos vectores, se aplica el método a los dos primeros y se obtiene una resultante, luego se repite la aplicación del método a la resultante y al tercer vector y así sucesivamente.

### Método del Polígono o de la poligonal

Este método se aplica en al caso de **dos o más vectores coplanares**. El método consiste en unir los vectores uno a continuación de otro, a continuación se une el origen del primer vector con el extremo del último de manera de obtener así el vector resultante o vector suma. (Observar la Fig. 1.11)

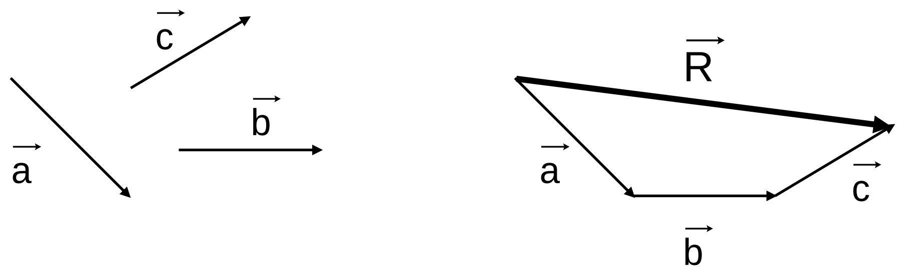



**Figura 1.11.** Suma de vectores por el método del polígono

1.6.3.1.2. <u>Método analítico</u>

Si se tiene que realizar la suma de vectores colineales, la resultante surge de la suma algebraica de los módulos de los vectores considerando si es positivo o negativo de acuerdo con el sistema de referencia (ejes coordenados cartesianos).

Si los vectores son coplanares, éstos se descomponen en un sistema de coordenadas cartesianas, de manera que cada componente de la resultante se obtiene sumando algebraicamente las componentes de cada vector. A partir de esas componentes se encuentra el módulo y la dirección del vector suma.

Por ejemplo, si se desea sumar dos vectores aplicando el método analítico, siendo $\vec{a}$ = (3/45°) y $\vec{b}$ = (4/0°):

a) Se descomponen estos vectores en sus componentes cartesianas (es decir los módulos de cada componente)

$$a_x = |a| \cos\alpha = 3 \,.\, \cos 45° = 3.\ 0{,}7071 = 2{,}1213 \cong 2{,}1$$
$$a_y = |a| \operatorname{sen}\alpha = 3 \,.\, \operatorname{sen} 45° = 3.\ 0{,}7071 = 2{,}1213 \cong 2{,}1$$

$$b_x = |b| \cos\beta = 4 \,.\, \cos 0° = 4$$
$$b_y = |b| \operatorname{sen}\beta = 4 \,.\, \operatorname{sen} 0° = 0$$

b) Las componentes cartesianas de la resultante son:

$$r_x = a_x + b_x = 2{,}1 + 4 = 6{,}1$$
$$r_y = a_y + b_y = 2{,}1 + 0 = 2{,}1$$

La resultante es $\overrightarrow{R} = (6{,}1;2{,}1)$

c) Se calcula el módulo y la dirección del vector resultante:

$$|R| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(6{,}1)^2 + (2{,}1)^2} = 6{,}4513 \cong 6{,}4$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{r_y}{r_x} = \frac{2{,}1}{6{,}1} = 0{,}3442 \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg} 0{,}3442 = 18{,}99^\circ \cong 19^\circ$$

Se puede expresar como $\overrightarrow{R} = (6{,}4/19°)$, observar la Fig. 1. 12.

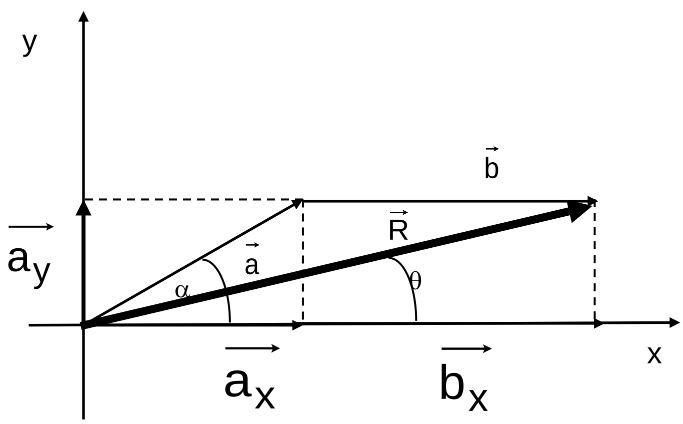



**Figura 1.12.** Suma de vectores por el método analítico

Si los vectores a sumar están expresados con sus vectores unitarios, se debe realizar la suma componente a componente. Por ejemplo si se desean sumar los vectores $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ y $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ , la suma es:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} + (a_z + b_z)\vec{k}$$

Considerando el ejemplo anterior, la expresión de los vectores con sus versores es:

$$\vec{a} = 2{,}1\vec{i} + 2{,}1\vec{j} \text{ y } \vec{b} = 4\vec{i}$$

Por lo tanto su suma es: $\vec{a} + \vec{b} = (2{,}1 + 4)\,\vec{i} + (2{,}1 + 0)\vec{j} = 6{,}1\vec{i} + 2{,}1\,\vec{j}$

### 1.6.3.2. Diferencia de vectores

Si se aplica el método analítico se debe considerar el signo de las componentes del vector con respecto al sistema de ejes cartesianos.

Si se considera el método gráfico se puede aplicar el método del triángulo o bien el del paralelogramo.
Si los vectores a restar están expresados con sus vectores unitarios, se debe realizar la diferencia componente a componente.

#### Método del Triángulo

Para aplicar este método, en la diferencia de vectores, se unen los dos vectores por el origen y luego se unen los extremos. En la Fig. 1.13 se indica la diferencia $\vec{a} - \vec{b}$

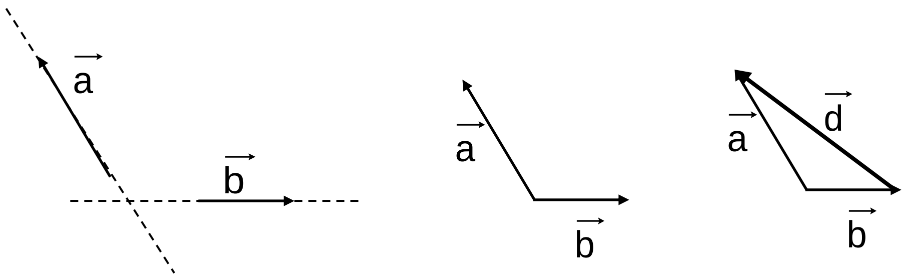



**Figura 1.13.** Diferencia de vectores por el método del triángulo

#### Método del Paralelogramo

Para realizar la diferencia $\vec{a} - \vec{b}$ aplicando este método se invierte el sentido del vector sustraendo (con signo negativo); y se sigue el mismo procedimiento para la suma de vectores por el método del paralelogramo (ver Fig. 1.14).

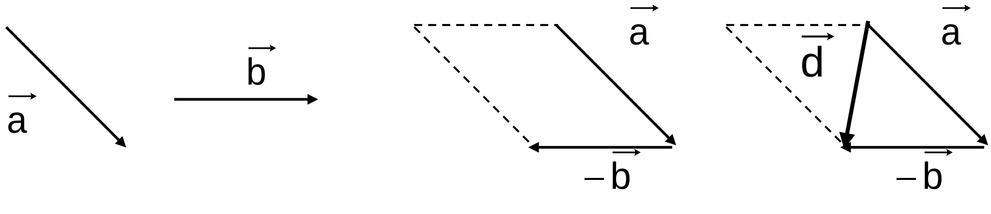



**Figura 1.14.** Diferencia de vectores por el método del paralelogramo

### 1.6.3.3. Producto de un vector por un escalar

El producto de un vector por un escalar tiene como resultado a otro vector que posee la misma dirección que el vector original pero su módulo es el producto del módulo del vector por el escalar.

Por ejemplo, sea $\vec{a} = (3/45^\circ)$, si se multiplica por el escalar (número real) 2, el resultado es $\vec{a} = (6/45^\circ)$, si el vector estuviera expresado en forma cartesiana, por ejemplo $\vec{b} = (2,3)$ y se debe realizar una multiplicación por el escalar 5, se multiplican cada una de las componentes por dicho escalar, entonces 5. $\vec{b} = (10,15)$

## 1.6.4. Producto ESCALAR de vectores

El producto escalar o interior de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se denota como $\vec{u} \bullet \vec{v}$, por ello también se denomina producto punto y es igual a:

$$\vec{u} \bullet \vec{v} = |\vec{u}|\,|\vec{v}| \cos\alpha$$

Siendo $\alpha$ el ángulo comprendido entre ambos vectores.

El producto escalar de dos vectores expresados en forma cartesiana, por ejemplo, $\vec{u}=(u_x,u_y)$ y $\vec{v}=(v_x,v_y)$ es igual a:

$$\vec{u} \bullet \vec{v} = (u_x,u_y) \bullet (v_x,v_y) = u_x \,.v_x + u_y \,.v_y$$

Como se ve, el resultado del producto escalar de dos vectores es un **número real.**

Si se conoce el valor del producto interior de dos vectores expresados en forma cartesiana, se puede calcular el ángulo comprendido entre ellos

$$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|}\right)$$

Si se desea realizar el producto interior de $\vec{u}=(2,4)$ y $\vec{v}=(0,-1)$ y calcular el ángulo comprendido, el producto es:

$\vec{u} \bullet \vec{v}=(2,4).(0,-1)=(2.0) + (4. (-1))= - 4$

Para calcular el ángulo comprendido se necesita conocer el módulo de los vectores que es:

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}; \quad |\vec{v}| = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

Con esto se calcula:

$$\cos\alpha = \frac{u.v}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{-4}{\sqrt{20}\ .1} = -0{,}894 \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}(-0{,}894) = 153{,}43^\circ$$

Si los vectores tuvieran tres componentes, por ejemplo sea $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$

Y $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ , se debe considerar que este producto es distributivo y que

$$\vec{i}.\vec{i} = \vec{j}.\vec{j} = \vec{k}.\vec{k} = 1.1.\cos 0^\circ = 1$$

$$\vec{i}.\vec{j} = \vec{i}.\vec{k} = \vec{j}.\vec{k} = 1.1.\cos 90^\circ = 0$$

Por lo tanto:

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = \left(a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\right) \bullet \left(b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\right) =$$

:

$$= (a_x.b_x) + (a_y.b_y) + (a_z.b_z)$$

- ✓ El producto escalar ES CONMUTATIVO.

### 1.6.5. Producto VECTORIAL de vectores

El producto vectorial de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ se denota como $\vec{a}$ x $\vec{b}$ , por ello también se denomina producto cruz, es igual a otro **vector** cuya **dirección** es **perpendicular** a los dos vectores y su **sentido** sería igual al avance de un **sacacorchos** al girar de $\vec{a}$ a $\vec{b}$ (ver Fig.1.15). Su **módulo** es igual a:

$$\left|\vec{a}x\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \left|\vec{b}\right| \operatorname{sen}\varphi$$

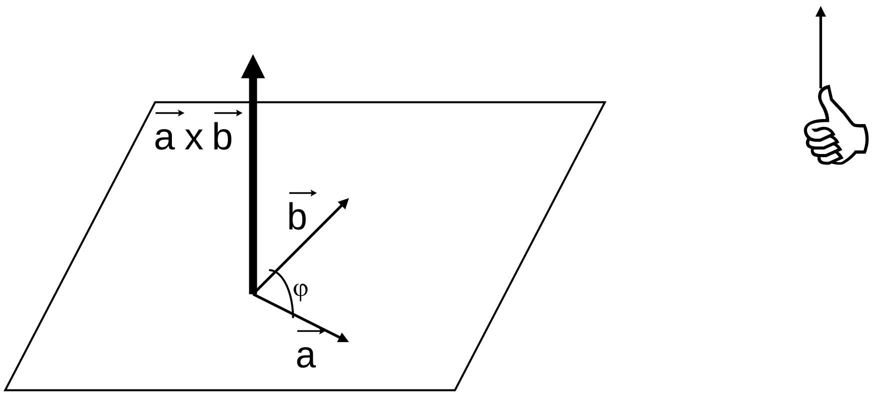



**Figura 1.15.** Esquema del producto vectorial de dos vectores

**Regla de la mano derecha**: imaginar un eje perpendicular al plano de los vectores, doblar alrededor de ese eje los dedos de la mano derecha, empujar el vector $\vec{a}$ a hacia el $\vec{b}$ manteniendo el pulgar extendido, este da la dirección del producto vectorial.

El producto vectorial de los vectores $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ y $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ , se puede calcular aplicando la definición que indica que:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y)\,\vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\,\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\,\vec{k}$$

ó bien aplicando determinantes:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left( \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \right)$$

- ✓ El producto vectorial NO ES CONMUTATIVO.
- ✓ El producto vectorial de dos vectores paralelos es igual a 0 (recordar que en este caso $\varphi$= 0° o 180° y sen $\varphi$ =0)

# Trabajo Práctico N°2
# Magnitudes Físicas

## Magnitudes vectoriales

1. Represente a escala los siguientes vectores:

a) (4/35°)
b) (6/45°)
c) (2/50°)
d) (3/70°)
e) (8/0°)
f) (1/60°)

2. Dada la longitud de la representación gráfica del vector y las escalas siguientes indique el módulo del vector:

a) L= 3 cm, escala: 1cm: 3 m/s
b) L= 4 cm, escala: 1cm: 10 km/h
c) L= 7 cm, escala: 1cm: 9 N
d) L= 14 cm, escala: 1cm:4 N

3. Indique la expresión cartesiana de los siguientes vectores, represente gráficamente en ejes coordenados cartesianos:

a) (10/25°)
b) (4/35°)
c) (6/45°)
d) (2/50°)
e) (21/60°)
f) (3/70°)
g) (16/90°)
h) (8/0°)
i) (21/135°)
j) (1/180°)
k) (4/220°)
l) (6/270°)
m) (5/360°)
n) (7/345°)

4. Encuentre la expresión en forma polar de los siguientes vectores y represente gráficamente en ejes coordenados cartesianos:

a) (2,2)
b) $(-1, \sqrt{3})$
c) (1,-1)
d) (-3,0)
e) (0,-4)
f) (0,16)
g) (3,9)
h) (4,6)
i) (-1,0)
j) (0,-1)
k) (12,4)
l) (3,6)
m) (5,15)

n) (2,-4)

5. Dados los siguientes vectores expresado en forma cartesiana, expréselos utilizando versores.

a) (1,3,4)
b) (2,4,8)
c) (-1,-3,4)
d) (1,-1,-3)
e) (3,3,3)
f) (4,1,-1)
g) (0,3,6)
h) (1,3,-3)

6. Aplicando los métodos del paralelogramo, del triángulo y del polígono, calcule la suma de los siguientes vectores:

a) $\vec{a} = (3/45^\circ)$ y $\vec{b} = (2/15^\circ)$

b) $\vec{a} = (4/25^\circ)$ y $\vec{b} = (2/90^\circ)$

c) $\vec{a} = (3/60^\circ)$ y $\vec{b} = (2/135^\circ)$

d) $\vec{a} = (1/45^\circ)$ y $\vec{b} = (2/180^\circ)$

f) $\vec{a} = (5/30^\circ)$ y $\vec{b} = (2/135^\circ)$

g) $\vec{a} = (10/25^\circ)$ y $\vec{b} = (20/150^\circ)$

h) $\vec{a} = (1/30^\circ)$ y $\vec{b} = (2/230^\circ)$

7. Aplicando el método del polígono encuentre la resultante de la suma de los siguientes vectores:

a) $\vec{a} = (3/45^\circ)$ , $\vec{b} = (2/15^\circ)$ y $\vec{c} = (1/0^\circ)$

b) $\vec{a} = (3/45^\circ)$ , $\vec{b} = (2/15^\circ)$ y $\vec{c} = (1/25^\circ)$

c) $\vec{a} = (3/60^\circ)$ , $\vec{b} = (2/135^\circ)$ y $\vec{c} = (2/90^\circ)$

d) $\vec{a} = (5/30^\circ)$ , $\vec{b} = (2/90^\circ)$ y $\vec{c} = (4/60^\circ)$

e) $\vec{a} = (3/25^\circ)$ , $\vec{b} = (4/45^\circ)$ y $\vec{c} = (5/75^\circ)$

f) $\vec{a} = (4/180^\circ)$ , $\vec{b} = (2/270^\circ)$ y $\vec{c} = (1/0^\circ)$

g) $\vec{a} = (6/120^\circ)$ , $\vec{b} = (10/45^\circ)$ y $\vec{c} = (12/150^\circ)$

h) $\vec{a} = (2/45^\circ)$ , $\vec{b} = (2/270^\circ)$ y $\vec{c} = (1/130^\circ)$

8. Determine el vector resultante de la diferencia de los siguientes vectores:

a) $\vec{a} = (3/45^\circ)$ y $\vec{b} = (2/15^\circ)$

b) $\vec{a} = (4/25^\circ)$ y $\vec{b} = (2/90^\circ)$

c) $\vec{a} = (3/60^\circ)$ y $\vec{b} = (2/135^\circ)$

d) $\vec{a} = (5/30^\circ)$ y $\vec{b} = (2/135^\circ)$

f) $\vec{a} = (30/25^\circ)$ y $\vec{b} = (20/150^\circ)$

g) $\vec{a} = (4/30^\circ)$ y $\vec{b} = (2/230^\circ)$

h) $\vec{a} = (14/30^\circ)$ y $\vec{b} = (7/60^\circ)$

9. Realice las operaciones i) $\vec{a} + \vec{b}$ ; ii) $\vec{a} - \vec{b}$ y iii) $\vec{b} - \vec{a}$ con los vectores dados:

a) $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ $\vec{b} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$

b) $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 10\vec{k}$ $\vec{b} = 10\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$

c) $\vec{a} = 1\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$ $\vec{b} = -1\vec{i} + 12\vec{j} + 4\vec{k}$

d) $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ $\vec{b} = 14\vec{i} - 2\vec{j} - 14\vec{k}$

e) $\vec{a} = 4\vec{i} + 8\vec{j} + 9\vec{k}$ $\vec{b} = 1\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$

f) $\vec{a} = 14\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ $\vec{b} = -11\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$

10. Determine el vector resultante del producto de los siguientes vectores por los escalares: i) ½; ii) 4; iii) -3

a) 10/25°)
b) (4/35°)
c) (6/45°)
d) (2/50°)
e) (21/60°)
f) (3/70°)
g) (16/90°)
h) (8/0°)
i) (21/135°)
j) (1/180°)
k) (4/220°)
l) (6/270°)
m) (5/360°)
n) (7/345°)

11. Calcule el producto escalar $\vec{u} \bullet \vec{v}$ y el ángulo comprendido entre estos vectores:

a) $\vec{u} = (2,3), \vec{v} = (5,-7)$
b) $\vec{u} = (-6,-2), \vec{v} = (4,0)$
c) $\vec{u} = (1,-5,4), \vec{v} = (3,3,3)$
d) $\vec{u} = (-2,2,3), \vec{v} = (1,7,-4)$
e) $\vec{u} = (2,2), \vec{v} = (0,-7)$
f) $\vec{u} = (2,8), \vec{v} = (5,0)$

12. Calcule el producto escalar de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ si:

a) $|\vec{a}| = 3$ y $|\vec{b}| = 9$ y el cos $\alpha$ =30°

b) $|\vec{a}| = 4$ y $|\vec{b}| = 8$ y el cos $\alpha$ =60°

c) $|\vec{a}| = 5$ y $|\vec{b}| = 5$ y el cos $\alpha$ =135°

d) $|\vec{a}| = 2$ y $|\vec{b}| = 5$ y el cos $\alpha$ =90°

e) $|\vec{a}| = 10$ y $|\vec{b}| = 14{,}5$ y el cos $\alpha$ =225°

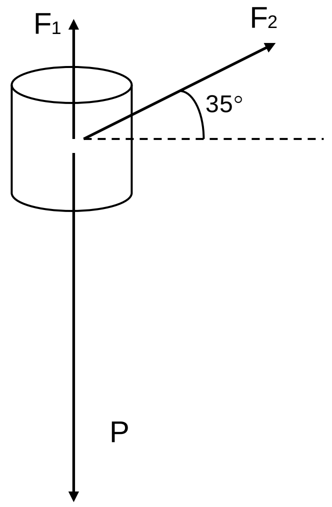
f) $|\vec{a}| = 3$ y $|\vec{b}| = 9$ y el cos $\alpha$ =390°

13. Sean $\vec{u} = (3,2,-1), \vec{v} = (0,2,-3)$ y $\vec{w} = (2,6,7)$, calcule:

a) $\vec{v} \times \vec{w}$ b) $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$ c) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$ d) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times (\vec{v} \times \vec{w})$

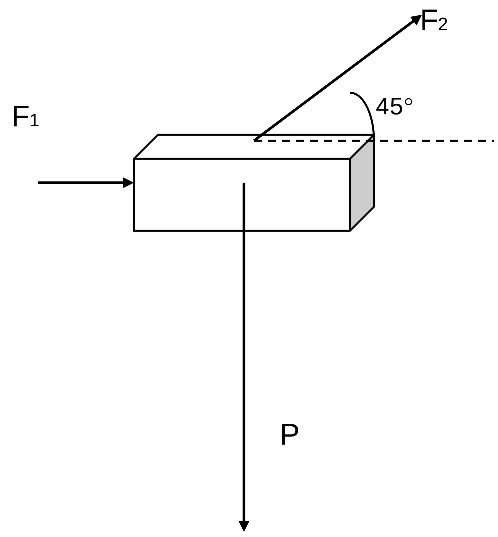
14. Un auto recorre 12 km hacia el Norte y después 25 km en una dirección 60º al Oeste del Norte. Determine magnitud y dirección del desplazamiento resultante del auto.

15. Si sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas: $F_1$=4 N; $F_2$= 10 N y el peso P= 25 N, determine las componentes de la fuerza resultante, obtenga el módulo y la dirección de la misma con respecto al eje x.




16. Si un automóvil se desplaza 120 km al Norte y luego 300 km al Oeste, cual es el desplazamiento resultante?

17. Si sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas: $F_1$=4 N; $F_2$= 15 N y el peso P= 50 N, determine las componentes de la fuerza resultante, obtenga el módulo y la dirección de la misma con respecto al eje x.




18. Un ómnibus parte desde el kilómetro 0 en Buenos Aires y recorre 300 km hasta Rosario, luego continúa al Este 250 km, indique el camino recorrido por el ómnibus y el desplazamiento resultante.

# UNIDAD 2

## CINEMATICA

# CINEMATICA

La Mecánica es una rama de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos.

Cinemática es una parte de la Mecánica que se encarga de estudiar el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo producen.

## 2.1 Conceptos básicos

### ✱ Partícula

Un cuerpo puede considerarse como partícula o punto material cuando pueden despreciarse sus dimensiones geométricas y no hay interés en su estructura interna comparadas con el fenómeno estudiado. Por ejemplo si un ómnibus que mide 15 m se desplaza 1 cuadra no pude considerarse como una partícula, sin embargo si este ómnibus se desplaza de Santiago del Estero a Las Termas, sí puede considerarse una partícula.

### ✱ Posición

La posición de una partícula puede decirse que es el punto del espacio que ocupa esa partícula con respecto a un sistema de referencia. De manera que dado un sistema de coordenadas, a cada posición de la partícula le corresponde una única coordenada. Por ejemplo en la Figura 2.1 se indican dos posiciones diferentes de una partícula en un sistema de referencia de coordenadas cartesianas.

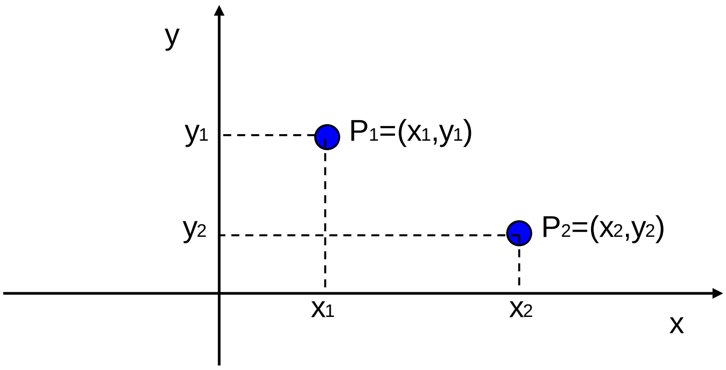



**Figura 2.1.** Diferentes posiciones de una partícula

La **posición** de una partícula se puede representar como un **vector**, $\vec{r}$, cuyo origen coincide con el origen del sistema de coordenadas y cuyo punto final está en el punto correspondiente a su posición. En la Figura 2.2. se presentan los vectores que representan a las posiciones de la figura anterior.

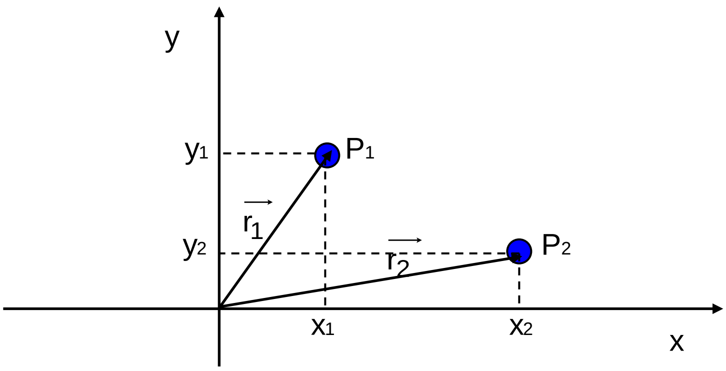



**Figura 2.2.** Representación vectorial de dos posiciones de una partícula

## ✱ Desplazamiento

Desplazamiento es la diferencia entre dos vectores posición de la partícula, es la diferencia entre el vector posición inicial y el vector posición final. En la Figura 2.3 se muestra el desplazamiento entre las posiciones $P_1$ y $P_2$: Como puede observarse el desplazamiento es un vector trazado desde la posición inicial hasta la posición final.

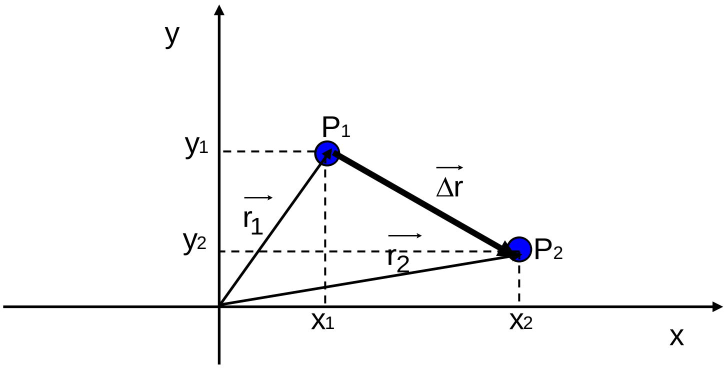



**Figura 2.3.** Desplazamiento de una partícula de la posición 1 a la 2

## ✱ Movimiento

Puede definirse al movimiento como el fenómeno físico que consiste en el cambio de posición que realiza un cuerpo (móvil) en cada instante con respecto a un sistema de referencia, el cual se considera fijo.

**UN CUERPO ESTÁ EN MOVIMIENTO SI SU POSICIÓN CAMBIA CON EL TIEMPO,** respecto a un punto o sistema de referencia.

## ✱ Trayectoria

Es el lugar geométrico de las posiciones sucesivas por las que pasa un cuerpo en su movimiento. Es la línea que describe la partícula en su movimiento. En la Figura 2.4 se presentan ejemplos de trayectorias de una partícula.

**Figura 2.4.** Ejemplos de trayectorias de una partícula

La longitud de la misma se denomina longitud recorrida $\Delta x$.

## ✱ Intervalo de Tiempo

El intervalo de tiempo es el tiempo en el que se desarrolla un fenómeno o acontecimiento, es la diferencia entre el tiempo final y el inicial. Se denota como ($\Delta t = t_f - t_i$) o bien ($\Delta t = t_2 - t_1$), etc.

# Movimiento Rectilíneo

Se denomina **movimiento rectilíneo** a aquel cuya trayectoria es una línea recta.

A continuación se considerarán distintos conceptos vinculados a este tipo de movimiento.

## 2.2. Posición

Considerando el caso de una partícula que se mueve en línea recta, desde el punto 0 al punto P, su posición, en el instante t, queda determinada por el vector $\overrightarrow{x_1}$ (considerando que el sistema de referencia tiene origen en 0 y el eje x coincide con la dirección del movimiento) cuyo origen es el punto 0 y su extremo el punto P de coordenada $x_1$, como se muestra en la Figura 2.5.

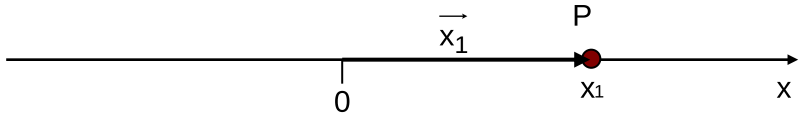



**Figura 2.5.** Posición de una partícula en un instante de tiempo

En el sistema de referencia de la Fig. 2.5 se observa que arbitrariamente se tomó como positivo el sentido del desplazamiento de la partícula. Como se indicó en el apartado 1.6 del capítulo anterior, se debe elegir una escala para representar adecuadamente el vector.

Si la partícula se desplazara en sentido contrario al que se eligió como positivo, su posición será negativa.

Si la partícula está en reposo la coordenada del punto P no varía, si la partícula se mueve con respecto al origen, la coordenada cambia.

## 2.3. Desplazamiento

Suponiendo que en el tiempo $t_1$, la partícula se encuentra en posición $x_1$, y más tarde en el tiempo $t_2$, la partícula se encuentra en la posición $x_2$ (Fig. 2.6). Puede afirmarse que la partícula se ha desplazado (ha variado su posición con el tiempo), ese desplazamiento se denota con $\overrightarrow{\Delta x} = (\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1})$, el mismo se produjo en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

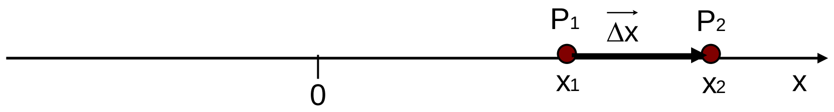



**Figura 2.6.** Posición de una partícula en dos instantes de tiempo

El desplazamiento $\Delta x$ como se indicó anteriormente es un vector cuyo origen coincide con la posición de la partícula en el primer instante de tiempo y su extremo se encuentra en el punto que ocupa la partícula en el tiempo final. Por ello el desplazamiento no es una medida del camino recorrido, por ejemplo si la partícula se mueve a las posiciones $x_1$, $x_2$, $x_3$ y $x_4$ y regresa en el tiempo final a la posición $x_3$, el $\Delta x = x_3 - x_1$.

Por ejemplo, si el vector $\overrightarrow{x_1}$=3 m y $\overrightarrow{x_2}$= 5 m, entonces el desplazamiento es $\overrightarrow{\Delta x} = (5-3)\text{m} = 2\text{ m}$

*El desplazamiento indica el cambio neto de posición en el intervalo de tiempo considerado.*

### 2.4. Camino recorrido

Al desplazarse, la partícula describe una trayectoria, la longitud de la misma se denomina camino recorrido o longitud de la trayectoria L, que es una **magnitud escalar**.

Por ejemplo, si las posiciones de la partícula son $\overrightarrow{x_1}$=3 m, $\overrightarrow{x_2}$ = 5 m, $\overrightarrow{x_3}$ = 9 m (con puntos de coordenadas $P_1$= 3m, $P_2$=5 m y $P_3$= 9 m) y luego retorna a la posición $\overrightarrow{x_1}$ entonces la longitud del camino recorrido es: L= $P_1P_2$ + $P_2P_3$ +$P_3P_1$= [(5-3) + (9-5) + (9-3)] m =(2 + 4 + 6) m= 12 m

### 2.5. Velocidad

La velocidad es una magnitud vectorial cuyo módulo indica cual es el espacio recorrido por una partícula en cada unidad de tiempo. Físicamente, el módulo o valor de la velocidad indica la rapidez con la cual se mueve un cuerpo, se denota con $\overrightarrow{v}$ .

La **velocidad media** entre los instantes $t_1$ y $t_2$ está definida por la siguiente fórmula:

$$\overrightarrow{v_{m\,12}} = \frac{\overrightarrow{\Delta x_{12}}}{\Delta t_{12}} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{t_2 - t_1}$$

La interpretación geométrica de esta definición es la siguiente:

Si una partícula se mueve en línea recta, su posición es una función del tiempo, es decir $\overrightarrow{x}$ =f(t). Por lo tanto para cada instante de tiempo existe un valor determinado de posición. Si se grafica esta función se obtiene una curva como la representada en la Fig. 2.7.

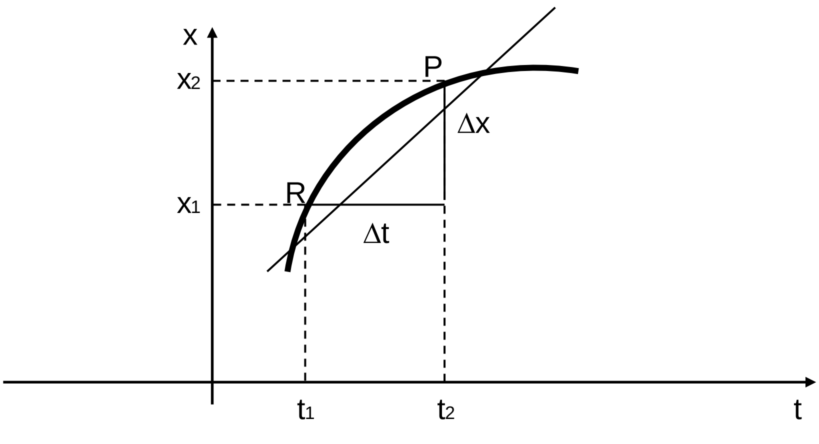



**Figura 2.7.** Interpretación geométrica de la velocidad media

La velocidad media $\overrightarrow{v_{m\,12}}$ en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ es la pendiente de la recta secante a la curva $\overrightarrow{x}$ =f(t), en los puntos R y P. De la gráfica esa pendiente es: $\frac{\overrightarrow{\Delta x_{12}}}{\Delta t_{12}} = \frac{\overrightarrow{x_2} - \overrightarrow{x_1}}{t_2 - t_1}$

Cuanto mayor es la pendiente mayor es el módulo de la velocidad media.

La ecuación dimensional para la velocidad es: $v = LT^{-1}$, su unidad en el S. I es m/s.

## Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Una partícula posee movimiento rectilíneo uniforme si cumple las siguientes condiciones:

1. La trayectoria que recorre es una línea recta.
2. La velocidad (v) es constante (por lo tanto la aceleración es igual a cero)

***Que la velocidad sea constante implica que el desplazamiento es proporcional al tiempo***

En esta clase de movimiento, *la partícula recorre distancias iguales en tiempos iguales.*

En la Figura 2.9 se representa v= v(t):

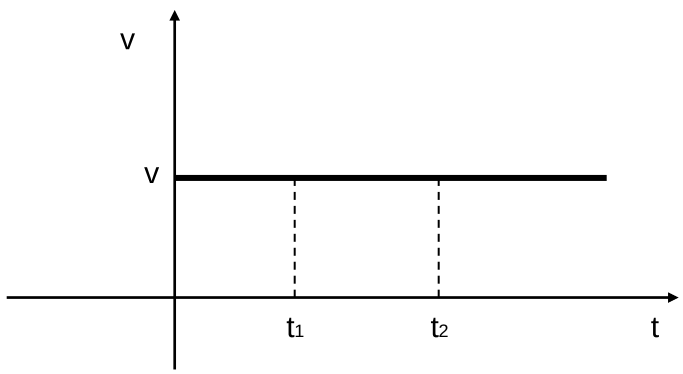



**Figura 2.9.** Representación de velocidad vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniforme

Como se observa en la figura anterior, $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante}$, el signo de la velocidad (recordar que es una magnitud vectorial) coincide con el del desplazamiento puesto *que el tiempo es siempre positivo.*

Si $\overrightarrow{\Delta x} > 0, \vec{v} > 0$, el movimiento es de avance, la partícula se desplaza en el sentido positivo del eje de referencia.

Si $\overrightarrow{\Delta x} < 0, \vec{v} < 0$, el movimiento es de retroceso, la partícula se desplaza en el sentido negativo del eje de referencia.

El gráfico de la posición en función del tiempo es una recta de pendiente constante, negativa o positiva de acuerdo con el sentido del movimiento (Ver ejemplo en la Figura 2.10).

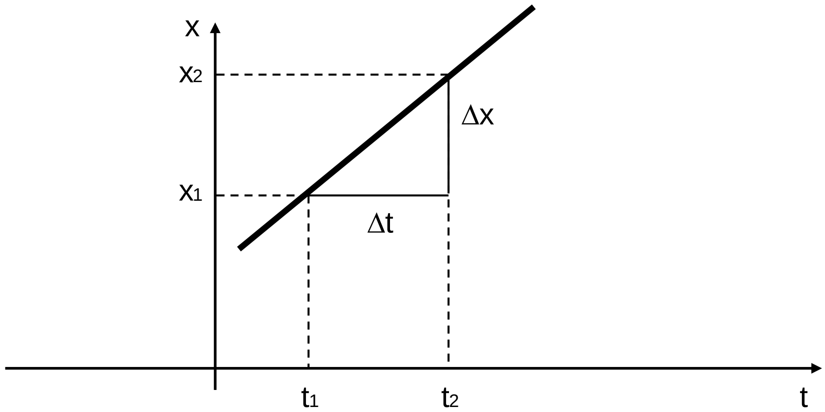



**Figura 2.10.** Representación de posición vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniforme

De la ecuación $\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \text{constante}$, se puede despejar el desplazamiento (para simplificar la notación se escribe v en lugar de $\vec{v}$, lo mismo para el desplazamiento, pero recordando siempre que son magnitudes vectoriales. Considerando además que el tiempo inicial se denota con $t_0$ y la posición inicial con $x_0$.

$$\overrightarrow{\Delta x} = \vec{v}\,\Delta t$$

$$x_1 - x_0 = v.(t - t_0) \Rightarrow x = x_0 + v.(t - t_0)$$

$x = x_0 + v.(t - t_0)$ es la ecuación de la posición en función del tiempo para el MRU.

Como puede verse esta ecuación indica que la posición es una función de primer grado del tiempo.

Puede suceder que $t_0=0$, entonces:

$$x = x_0 + v.t$$

Si $x_0=0$, la ecuación queda reducida a:

x = v.t (su representación es una recta que pasa por el origen de coordenadas).

A partir de la ecuación $\overrightarrow{\Delta x} = \vec{v}\,\Delta t$, se ve que el desplazamiento es igual al producto de la velocidad (que es una constante) por el intervalo de tiempo, es decir el área sombreada en la Fig. 2.11.

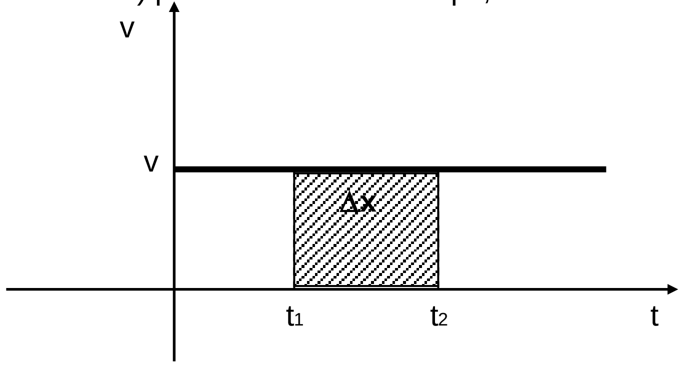



**Figura 2.11.** Área encerrada por la curva del el gráfico velocidad vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniforme

# Trabajo Práctico N°3
# Cinemática

## Movimiento Rectilíneo Uniforme

1. Considerando una partícula que se mueve en línea recta, grafique los vectores posición para:

a) t =0 s y x= 2 m; b) t =1 s y x= 2,5 m; c) t =3 s y x= 3 m; d) t=5 s y x= 6 m

2. Considerando las posiciones del ejercicio 1, calcule y grafique los vectores desplazamiento para los intervalos de tiempo:

a) (0,1) s; b) (0,3) s ; c) (1,3) s; d) (3,5) s; e) (1,5) s; f) (0,5) s

3. Calcule la velocidad media para los intervalos de tiempo del ejercicio 2, indicando módulo, dirección y sentido, grafique.

4. Si un tren circula a 240 km/h, cuanto tiempo tardará en recorrer 500 km?

5. Si un auto mantiene constante su velocidad de 110 k/h, ¿que distancia recorrerá en 24 min?

6. Un automóvil circula a 120 km/h y otro a 30 m/s, indique cuanto tiempo tardan en recorrer 45 km.

7. Considere una partícula que se desplaza de la manera siguiente para t =0 s, x= 2 m; t =4 s y x= 6 m, para t =8 s y x= 15 m y para t= 12 s retrocede 8 m. Calcule el camino recorrido y el desplazamiento.

8. Si el registro de la posición con respecto al tiempo, de un automóvil que desciende por una colina es la siguiente, encuentre la velocidad promedio y la velocidad media del automóvil durante:
a) el primer segundo,
d) durante los cuatro primeros segundos
c) durante todo el descenso.

| **x(m)** | **0** | **9** | **16** | **25** | **32** | **36** | **38** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **t (s)** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

9. Un ciclista viaja hacia el Sur durante 35 min a 20 km/h, se detiene durante 25 min. Después continúa hacia el Este, recorriendo 50 km en 2 h. Indique:
a) ¿cuál es su desplazamiento?
b) ¿Qué distancia recorrió?
c) ¿cuál es su velocidad promedio? ¿ y la velocidad media?

10. Un maratonista avanza en línea recta con una velocidad promedio de + 5 m/s durante 8 min, y después con una velocidad promedio de + 4.00 m/s durante 6 min. Indique su velocidad promedio durante este tiempo?

11. Si la ecuación en función del tiempo para una partícula es $x= 4 + 2.t$, donde x se mide un m y t en segundos, indique:

a) la posición de la partícula para:

i) el instante inicial

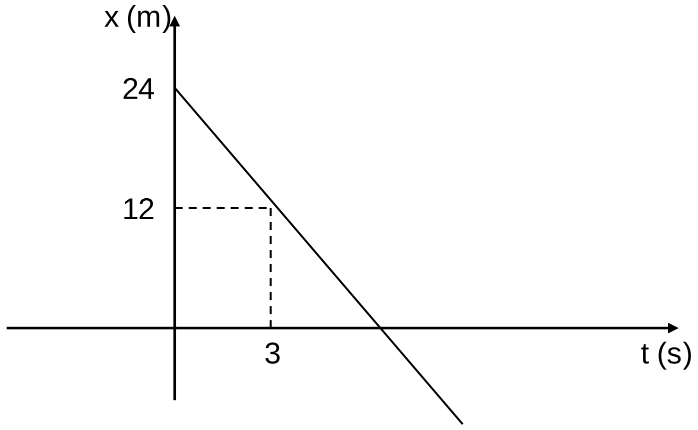
ii) t= 6 s

iii) t = 12 s

b) el desplazamiento a cabo de 1 s

c) el tiempo para que la partícula se encuentre a 16 m del origen de coordenadas

12. Considere el gráfico de una partícula que se mueve con MRU

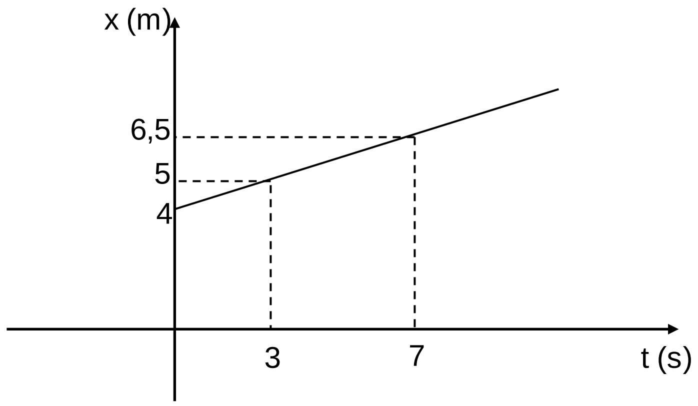



Determine:

a) la posición inicial
b) la velocidad media
c) el desplazamiento en el intervalo (0,6) s
d) la ecuación de x=x(t)

13. Si dos ómnibus salen al mismo tiempo, y en sentido contrario de dos ciudades separadas 550 km, y se desplazan a velocidad constante de 100 y 90 km/h, calcule la distancia a la que se encontrarán y el tiempo que tardarán en llegar al punto de encuentro. Grafique.

14. Considere el gráfico de una partícula que se mueve con MRU




Determine:

e) la posición inicial
f) la velocidad media
g) el desplazamiento en el intervalo (0,7) s
h) la ecuación de x=x(t)

# Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Para describir este movimiento se necesita un nuevo concepto, el de aceleración.

**Aceleración**

La aceleración es una magnitud vectorial cuyo módulo mide el cambio de la velocidad por cada unidad de tiempo. Físicamente, el módulo de la aceleración mide la rapidez con la cual varía la velocidad. Se denota con $\vec{a}$ .

Si la velocidad de una partícula varía con el tiempo, la partícula sufre una aceleración y el movimiento es variado.

La **aceleración media** entre los instantes $t_1$ y $t_2$ está definida por la siguiente fórmula:

$$\overrightarrow{a_{m\,12}} = \frac{\overrightarrow{\Delta v_{12}}}{\Delta t_{12}} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{t_2 - t_1}$$

Al igual que la velocidad media su interpretación geométrica involucra un gráfico de la velocidad en función del tiempo, es decir $\vec{v}$ =f(t). Por lo tanto para cada instante de tiempo existe un valor determinado de velocidad. Si se grafica esta función se obtiene una curva como la representada en la Fig. 2.8. Si se traza la recta secante por los puntos S y U, su pendiente representa la aceleración media en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$

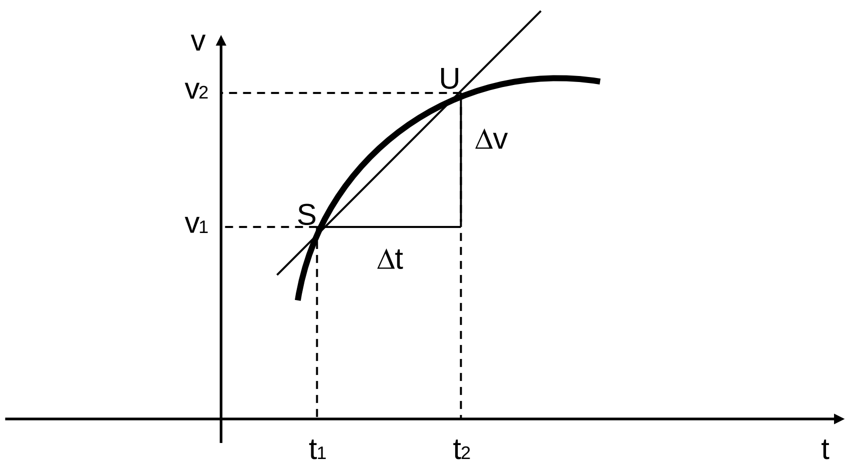



**Figura 2.8.** Interpretación geométrica de la aceleración media

Cuanto mayor es la pendiente mayor es el módulo de la aceleración media.

La ecuación dimensional para la aceleración es: $a = LT^{-2}$, su unidad en el S. I es $m/s^2$.

Una partícula posee movimiento rectilíneo uniformemente variado si cumple las siguientes condiciones:

1. La trayectoria que recorre es una línea recta.

*2.* La aceleración (a) es constante

***Que la aceleración sea constante implica que la velocidad es proporcional al tiempo***

En la Figura 2.12 se representa a= a(t):

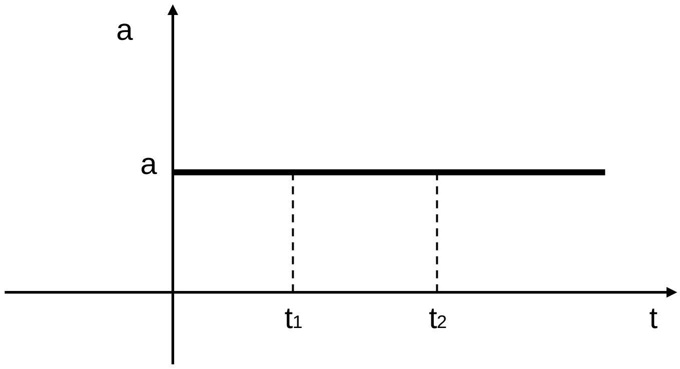



**Figura 2.12.** Representación de aceleración vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

Como se observa en la figura anterior, $\vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \text{constante}$, el signo de la aceleración (recordar que es una magnitud vectorial) coincide con el de la velocidad puesto *que el tiempo es siempre positivo.*

El gráfico de la velocidad en función del tiempo es una recta de pendiente constante, negativa o positiva de acuerdo con el sentido del movimiento (Ver ejemplo en la Figura 2.13).

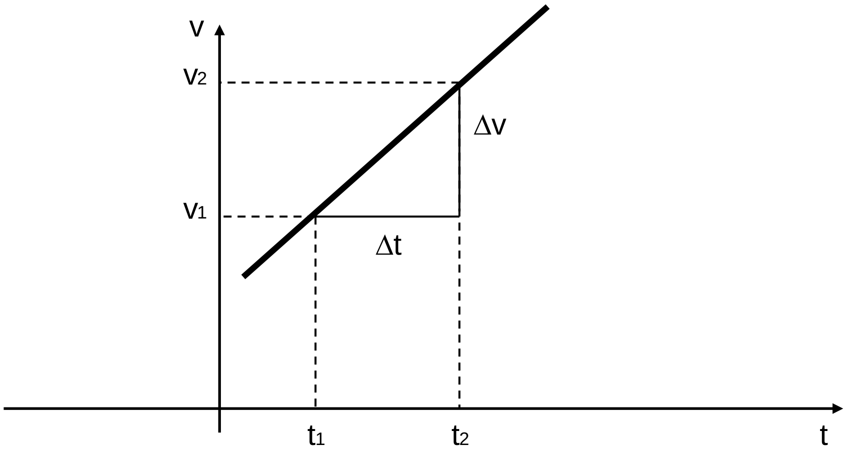



**Figura 2.13.** Representación velocidad vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

De la ecuación $\vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \text{constante}$, se puede despejar la velocidad (para simplificar la notación se escribe v en lugar de $\vec{v}$, lo mismo para el desplazamiento, la aceleración, pero recordando siempre que son magnitudes vectoriales. Considerando además que el tiempo inicial se denota con $t_0$ y la velocidad inicial con $v_0$.

$$\overrightarrow{\Delta v} = \vec{a}\,\Delta t$$

$$v - v_0 = a.(t - t_0) \Rightarrow v = v_0 + a.(t - t_0)$$

$v = v_0 + a.(t - t_0)$ es la ecuación de la velocidad en función del tiempo para el MRUV.

Como puede verse esta ecuación indica que la velocidad es una función de primer grado del tiempo.

Puede suceder que $t_0$=0, entonces:

$$v = v_0 + a.t$$

Si $v_0$=0, la ecuación queda reducida a:

v = a.t (su representación es una recta que pasa por el origen de coordenadas).

Para conocer la ecuación temporal de la posición para el MRUV, se considera el significado físico del área encerrada por la curva v=v(t) y el eje temporal, que como se desarrolló para el MRU corresponde al desplazamiento. De la Figura 2.14 se tiene que el área involucrada corresponde al área de un trapecio que a su vez puede considerarse formado por un triángulo rectángulo y un rectángulo.

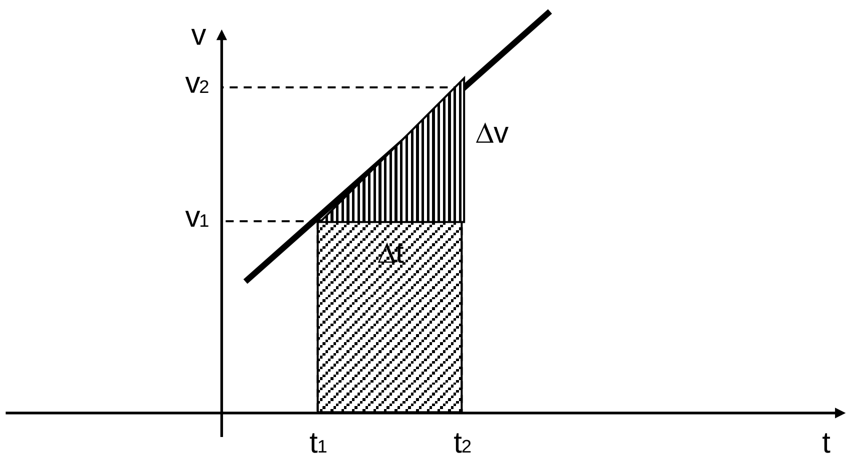



**Figura 2.14.** Area encerrada por la curva del gráfico velocidad vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

El área del triángulo es: $\frac{1}{2}\Delta v.\Delta t$, la del rectángulo es $\Delta t.v_1$, por lo tanto el desplazamiento $\Delta x$ en el intervalo $\Delta t$= t-$t_0$ es:

$$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2}\Delta v \Delta t$$

Como $\Delta v = a.\Delta t$, se tiene:

$$\Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a.\Delta t^2$$

$$x_2 - x_1 = v_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a.(t_2 - t_1)^2$$

Si $t_1$=0 y $t_2$ = t, y $x_1$=$x_0$ y $x_2$=x, se puede escribir una ecuación más simple que es:

$$x = x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$$

Si además $x_0$=0 y $v_0$=0, la ecuación es:

$$x = \frac{1}{2}a.t^2$$

La representación gráfica de la posición en función del tiempo para un MRUV es la que se presenta en la Fig. 2.15.

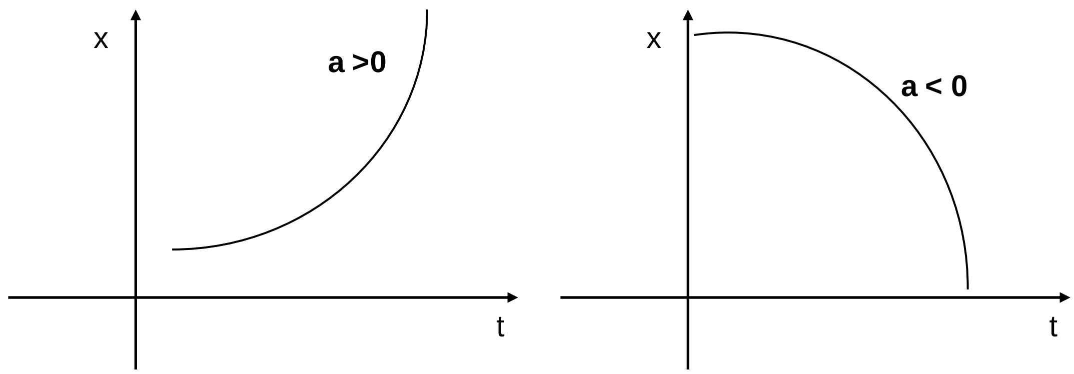



**Figura 2.15.** Posición vs. tiempo para una partícula que se desplaza con Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

# Trabajo Práctico N°4
# Cinemática

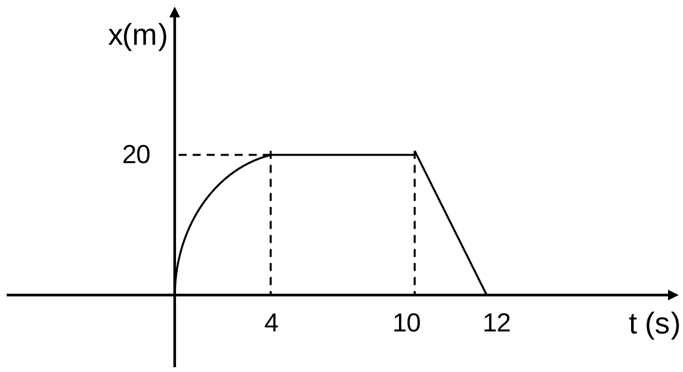
## Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

1. Calcule la aceleración de un auto que a los 20 s de ponerse en marcha alcanza una velocidad de 25 km/h.

2. Si un motociclista circula 40 km/h , frena y se detiene a los 3 s, indique la aceleración y la distancia a la que se detiene.

3. Una partícula se desplaza a 20 m/s y la aceleración constante es 1,5 $m/s^2$, calcule la velocidad luego de 30 s y la posición al cabo de ese tiempo.

4. Si una partícula se mueve sobre una recta de forma tal que su posición varía con el tiempo como se indica en el gráfico:




Determine:

a) la velocidad media en los intervalos (0,4); (4,10); (10,12); (0,12)
b) describa el movimiento de la partícula
c) represente esquemáticamente v=v(t)

5. La ecuación v= 4 t +6 representa la velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve sobre el eje x. Donde v se mide en m/s y el tiempo en s. Calcule:

a) la velocidad en el instante inicial

b) la velocidad en t= 4, 10 y 12 s

c) la aceleración

d) la variación de la velocidad al cabo de 4 s

e) la ecuación de x=x(t) para $x_0$= 5 m

f) el desplazamiento a los 4 s.

6. Considere el gráfico de v=v(t) para una partícula se mueve con MRUV y determine:

a) la velocidad inicial de la partícula

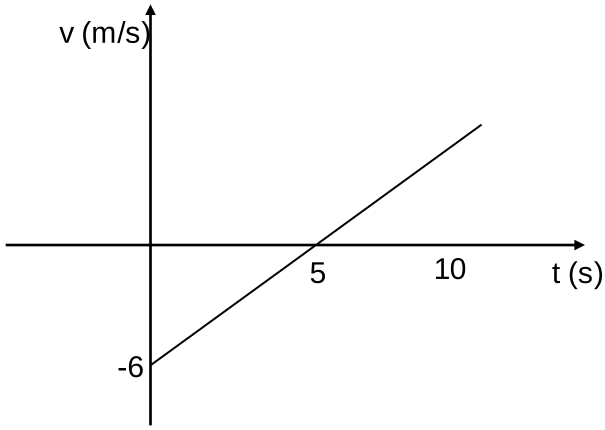
b) su aceleración media

c) la aceleración a los 5 s

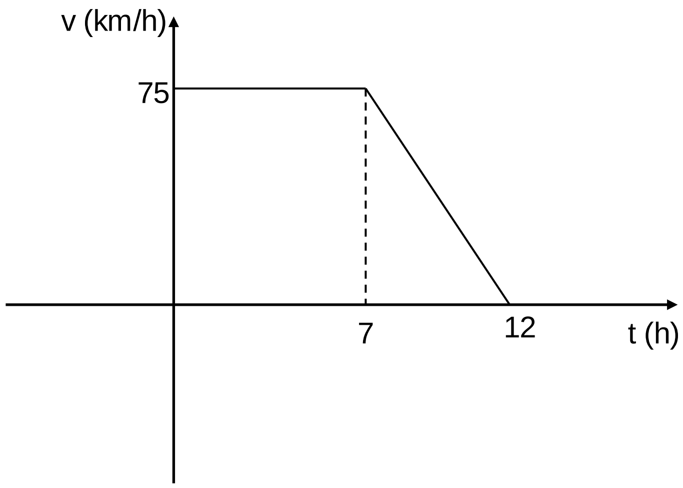
d) el desplazamiento en el intervalo (0,5) s

e) la velocidad media en el intervalo (0,10) s

f) la ecuación x=x(t)




7. El gráfico v= v(t) para una partícula es:




Indique:

a) la velocidad media; b) la aceleración media

8. Una partícula se mueve con una velocidad inicial de 50 m/s en 30 s, la velocidad disminuye uniformemente hasta cero. ¿Cuál es la aceleración promedio durante ese intervalo?
9. Si la ecuación temporal de la posición de una partícula es $x= 4 + 2t + 5t^2$ cuyas unidades son m para la posición y segundos para el tiempo, determine la velocidad y la aceleración de la misma.

**Bibliografía**


- Resnik, R.; Halliday, D.; Krane K. 2001. Física Vol. 1. 4º Edición. Compañía Editorial Continental. Mexico.
-Ledesma, M.M. 2009. Ingreso 2009. Area disciplinar: Física. Facultad de Ciencias Exactas y Tecnologías. Universidad Nacional de Santiago del Estero.
- Anríquez, C.; Biasoni, E.; Sain, P.; Santucho López, D. 2008. Física para el Ingreso 2008-2009. Facultad de Agronomía y Agroindustrias. Universidad Nacional de Santiago del Estero.
- Hewitt, P. 1999. Física conceptual. Ed. Prentice Hall, México.